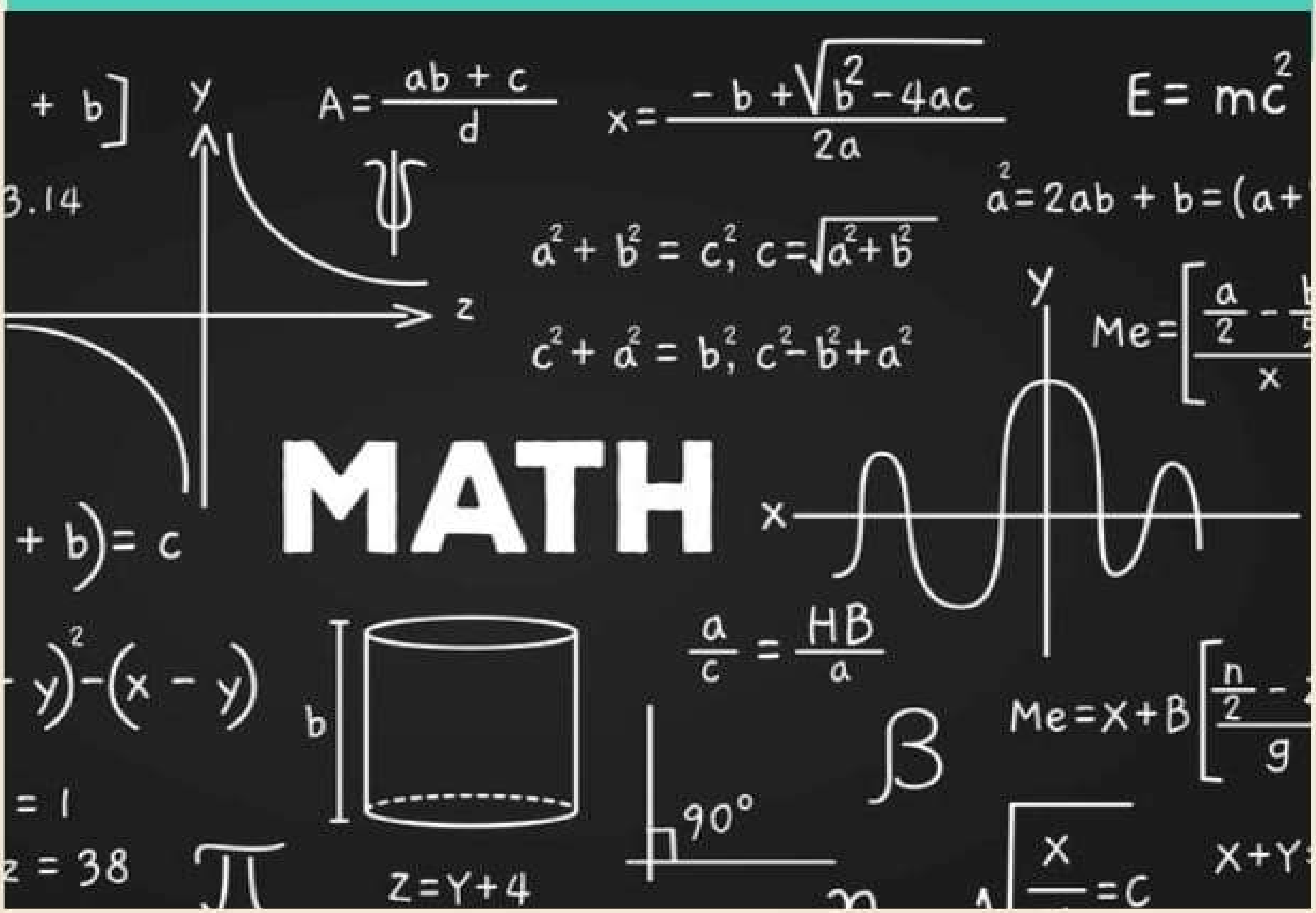
BUKU

PROGRAM LINEAR



Ahmadi, Spd, M.Si
Moh.Shaefur Rokhman, M.Si

BADAN PENERBIT
UNIVERSITAS PANCASAKTI TEGAL

BUKU PROGRAM LINEAR

Oleh:

Ahmadi, M.Si

Moh. Shaefur Rokhman, M.Si

BADAN PENERBIT

UNIVERSITAS PANCASAKTI TEGAL

BUKU PROGRAM LINEAR

Penyusun:
Ahmadi, M.Si
Moh. Shaefur Rokhman, M.Si

Editor:
Muhamad Andi Budiyanto

Desain Sampul:
Muhamad Andi Budiyanto

Redaksi:
Jl. Halmahera Km.1 Kota Tegal
Gedung Rektorat lt.2
Universitas Pancasakti Tegal

ISBN: 978-623-7619-38-3

Cetakan pertama, Januari 2023

Penerbit:
Badan Penerbit Universitas Pancasakti Tegal

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kepada Alloh SWT atas segala kenikmatan yang telah diberikan sehingga Buku Program Linear dapat terselesaikan dengan baik. Ucapan terimakasih disampaikan kepada Ka. Progdi Pendidikan Matematika dan sahabat sahabat dosen di Program Studi Pendidikan Matematika UPS Tegal yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk ikut dalam pengembangan mutu di lingkungan Universitas Pancasakti Tegal pada umumnya dan lebih khusus dalam lingkungan Program Studi Pendidikan Matematika.

Buku Program Linear ini ditulis dengan tujuan agar proses persiapan dan proses pembelajaran dalam mata kuliah ini dapat berjalan lebih optimal, yang pada akhirnya dapat menghasilkan lulusan yang lebih bermutu dan mampu berpikir tajam analitis.
Kritik dan saran sangat diperlukan dari sesama dosen matematika dan para pembaca.

Tegal,

Penulis

DAFTAR ISI

BAB 1
MODEL MATEMATIKA PROGRAM LINEAR

Program Linear atau *linear Programming* adalah salah satu model dari pemrograman matematis (*mathematical programing*) dalam Riset Operasi (*Operations Research*), dimana Riset Operasi sendiri merupakan kumpulan beberapa pendekatan yang berkaitan dengan pengambilan keputusan secara optimal dalam bidang aplikasi.

Riset operasi muncul mulai tahun 1939, dimana keberadaan awalnya untuk kepentingan pemenangan perang dunia II. Adapun ide awalnya berasal dari seorang matematikawan Rusia bernama Kantorivictc yang membuat suatu karya tulis yang biladitejemahkan dalam bahasa Inggris berjudul *Mathematical Methode in the Organization and Planing of Production* (Hardi Suyitno, 2010; 1). Selanjutnya tahun 1947 George D Dantzig menemukan metode Simpleks untuk menyelesaikan model Program linear. Riset operasi makin berkembang hingga sekarangdan menjadi bidang ilmu tersendiri yang banyak dipakai di beberapa bidang, ekonomi, teknik, dan managment.

Ada beberapa tahapan umum dalam kajian Riset operasi termasuk program linear

1. Merumuskan masalah

   yaitu dengan terlebih dahulu memahami masalah yang akan dipecahkan

2. Membuat model matematika

   yaitu membahasakan permasalahan dalam bahasa matematika

3. Menurunkan penyelesaian masalah dari model matematika

   yaitu mencari nilai nilai variabel dalam model yang sesuai dengan tujuan yang ingin dicapai menggunakan kaidah-kaidah matematika

4. Menguji model dan penyelesaian yang dirumuskan
5. Menentukan kendali-kendali dari penyelesaian tersebut
6. Menerapkan hasilnya untuk pengambilan keputusan

A. Model Program Linear

Model Program linear adalah suatu model matematika yang menggambarkan kondisi real masalah optimasi alokasi suatu sumberdaya. Model Matematika sendiri dapat didefinisikan sebagai rumusan matematika berupa fungsi,persamaan, ataupun pertidaksamaan matematika yang menggambarkan kondisi real. Dengan demikian model program linear merupakan model matematika yang memuat fungsi linear, persamaan atau peertidaksamaan linear. Sehingga tidak semua masalah optimasi dapat dimodelkan dengan model program linear.

Beberapa ciri utama dalam model program linear adalah sebagai berikut.

1. Adanya tujuan atau sasaran.

   Pada model matematikanya diwujudkan sebagai fungsi tujuan atau fungsi objektif yang merupakan fungsi linear, dan fungsi inilah yang akan dicari nilai optimalnya(maksimum atau minimum).
2. Adanya keterbatasan sumberdaya (dapat berupa ketersediaan bahan baku,waktu, biaya, ataupun tenaga)
3. Adanya beberapa alternatif tindakan untuk mendapatkan nilai fungsi tujuan, dan salah satunya merupakan tindakan yang menyebabkan nilai fungsi tujuan optimal.

4. Adanya keterkaitan variabel antara fungsi tujuan, satu kendala dan kendala yang lain, dengan kata lain modelnya merupakan sistem persamaan dan pertidaksamaan linear dimana satu sama lain saling terkait.

Ada beberapa istilah yang perlu diketahui dalam masalah program linear

1. Variabel keputusan (*decision variable*) adalah variabel variabel yang akan dicari nilainya dan menentukan nilai fungsi tujuan. Variabel ini biasa dilambangkan dengan x dan y bila hanya ada dua, dan dilambangkan dengan x_1,x_2, x_3, ..., x_k bila lebih dari dua variabel.
2. Nilai ruas kanan (*right hand side value*) adalah nilai nilai yang menunjukkan banyaknya ketersediaan sumber daya. Nilai ruas kanan dilambangkan dengan b_1, b_2, b_3 dan seterusnya sesuai banyaknya macam sumber daya.
3. Variabel tambahan (*slack variable/surplus variable*) variabel yang digunakan untuk menyatakan penyimpangan positip atau negatip dari nilai ruas kanan. Variabel ini nantinya diberi simbol S_1, S_2, S_3, dan seterusnya sebanyak macam sumber.

4. Fungsi tujuan berupa fungsi linear $Z = f(x_1, x_2, \ldots, x_k)$
5. Koefisien teknis dilambangkan dengan a_{ij} yang menyatakan setiap unit penggunaan b_i dari setiap variabel x_j
6. Koefisien fungsi tujuan dilambangkan dengan c_j yang menyatakan nilai kontribusi per unit kepada Z untuksetiap x_j

Mengkontruksi model Program linear dari suatu masalah real dapat dilakukan dengan tahap berikut.

1. Melihat masalah apa yang ada dalam kasus real yang akan dibuat modelnya(melihat apa tipe masalahnya) yaitu memaksimalkan atau meminimalkan. Biasanya memaksimalkan berkaitan dengan hasil/ nilai penjualan, keuntungan. Sedangkan meminimalkan biasanya terkait dengan biaya, banyaknya tenaga kerja pada masalah penugasan, ataupun jarak dalam masalah transportasi.
2. Menentukan variabel apa saja yang ada di dalamnya, selanjutnya dideklarasikan variabel-variabel keputusan dalam kasus tersebut, sekaligus diperhatikan koefisien kontribusi dari variabel-variabel ini.

3. Menentukan konstrein atau kendala apa saja yang membatasi model tersebut, hal ini sangat ditentukan oleh keberhasilan penentuan variabel keputusan,
4. Merumuskan fungsi tujuan (Objective) sesuai dengan tipe masalahnya.

B. Masalah Program Linear

Ada beberapa masalah yang dapat di modelkan dengan model Program Linear, yaitu masalah pada bidang produksi, bidang ekonomi bisnis, kesehatan, pertanian, peternakan, dan lain-lain yang berkaitan dengan masalah optimasi. Masalah produksi biasanya berkaitan dengan produk yang harus dihasilkan agar nilai penjualnnya optimal (keuntungannya optimal), masalah bisnis ekonomi bisanya berkaitan dengan mengoptimalkan pengembalian dalam masalah simpan pinjam atau investasi, masalah kesehatan misalnya berkaitan dengan obat apa saja yng harus dibeli yang kandungannya bagus dan harganya minimal, atau memodelkan biaya yang minimal untuk bahan makanan yang sangat memenuhi kadar gizi optimal, Pertanian misalnya berkaitan dengan pembelian obat pertanian yang minimal yang kandungannya optimal, peternakan misalnya membuat pakan ternak dengan biaya minimal dengan kulitas optimal.

Berikut beberapa kasus yang dapat dimodelkan dengan model Program Linear

1. Bidang produksi dan Bisnis ekonomi

Contoh 1

Sebuah perusahaan Roti memproduksi dua jenis Roti yaitu roti manis dan roti tawar. Untuk membuat 100 kg roti manis dibutuhkan 20 kg gula pasir, 10 kg mentega, 5 kg margarine, 20 butir telor dan 30 kg tepung gandum. Sedangkan untuk membuat 100 kg roti tawar membutuhkan 5 kg gula pasir, 15 kg mentega, 10 kg margarine dan 40 kg tepung gandum. Setiap harinya perusahan ini hanya mempunyai 500 kg tepung gandum, 200 butir telur, 100 kg gula pasir, 50 kg mentega, 50 kg nargarine dan 20 butir telor. Bila untuk setiap 100 kg roti tawar dan manis masing masing dijual 2 juta dan 3 juta, maka tentukan berapa kg roti tawar dan manis harus diproduksi agar nilai penjualan setiap hari optimal.

Pada kasus ini tujuan yang ingin dicapai adalah nilai penjualan yang maksimal

Variabel keputusannya adalah

x_1 = banyaknya roti manis yang diproduksi

x_2 = banyaknya roti tawar yang diproduksi

Kendalanya atau konstreinnya adalah

a. Ketersediaan gula pasir
b. ketersediaan mentega
c. ketersediaan tepung gandum
d. ketersediaan margarine

Untuk memudahkan penyusunan model PL kasus tersebut dapat diringkas terlebih dahulu menjadi tabel seperti berikut.

Bahan	Roti Manis (x1)	Roti Tawar (x2)	Ketersediaan
Gula	20	5	100
Mentega	10	15	50

Margarin	5	10	50
Tepung	30	40	500
Telur	20	20	200
Harga	3 juta	2 juta	

Dengan demikian model PL nya dapat ditulis sebagai berikut.

Memaksimalkan $Z = 3x_1 + 2x_2$

Dengan kendala;

$$20x_1 + 5x_2 \leq 100$$

$$10x_1 + 15x_2 \leq 50$$

$$5x_1 + 10x_2 \leq 50$$

$$30x_1 + 40x_2 \leq 500$$

$$20x_1 + 20x_2 \leq 200$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

2. Bidang Peternakan dan Pertanian

Contoh 2

Seorang peternak hendak membuat pakan sapi dari campuran beberapa bahan yaitu bekatul, rumput gajah, daun padi bekas panen, dan sisa-sisa duri beserta kepala ikan.

Berikut adalah Tabel Nilai gizi dari bahan –bahan tersebut

Unsur Gizi Polok	Bekatul	Rumput Gajah	Daun Padi sisa Panen	Duri beserta kepala ikan	Minimum kebutuhan/hari
Karbohidrat	70	20	30	40	200
Protein	20	10	20	70	150
Vitamin	30	40	40	30	100

Bila harga/ biaya untuk mendapatkan Bekatul, Rumput gajah, sisa panen daun padi, dan duri ikan beserta kepalanya masing-masing harga per kilo gramnya adalah 5000, 3000, 1000, 2000 rupiah maka tentukan model matematika untuk masalah tersebut.

Tujuan dari kasus tersebut adalah meminimalkan biaya pembuatn pakan sapi

Variabel keputusannya tentunya berkaitan dengan biaya minimal yaitu

x_1 = Banyaknya bekatul

x_2 = Banyaknya Bawang rumput gajah

x_3 = Banyaknya daun padi sisa panen

x_4 = Banyaknya limbah ikan (duri dan kepalanya)

Kendala atau Pembatasnya adalah kandungan gizi pakan sapi

Masalah tersebut selanjutnya di buat dalam tabel berikut.

Unsur Gizi Polok	Bekatul	Rumput Gajah	Daun Padi sisa Panen	Duri beserta kepala ikan	Minimum kebutuhan/hari
Karbohidrat	70	20	30	40	200
Protein	20	10	20	70	150
Vitamin	30	40	40	30	100
Harga	5000	3000	1000	2000	

Sehingga model PL yang dapat di buat adalah sebagai berikut.

Meminimalkan $Z = 5x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4$ (dalam ribuan)

Dengan Kendala;

$$70x_1 + 20x_2 + 30x_3 + 40x_4 \geq 200$$

$$70x_1 + 20x_2 + 30x_3 + 40x_4 \geq 150$$

$$70x_1 + 20x_2 + 30x_3 + 40x_4 \geq 100$$

dan $x_1 \geq 0$ $x_2 \geq 0$ $x_3 \geq 0$ $x_4 \geq 0$

Contoh 3

Seorang Petani mempunyai tiga lahan di tiga desa yaitu Desa Pagiyanten, Desa Sindang, dan Desa Kali Soka. Dua jenis bawang akan ditanam oleh petani ini yaitu bawang Brebes dan Bawang Sumbawa. Petani ini menanam benih bawang Brebes 2 kw di Desa Pagiyanten dan 3 kw di Desa Kali Soka. Untuk bawang Sumbawa 4 kw di tanam di Desa Sindang dan 2 kw di tanam di Desa Kali Soka. Kapasitas ketiga lahan ini untuk tanaman bawang cukup terbatas yaitu lahan di Pagiyanten hanya mampu ditanami 8 kw bawang, Sindang hanya mampu ditanami 24 kw, dan Kali Soka mampu ditanami sampai 18 kw. Bila prediksi keuntungan per kwintal dari bawang Brebes dan Sumbawa masing-masing adalah 3 juta dan 5 juta, tentukan model matematika untuk membantu petani mengambil keputusan agar mendapatkan keuntungan optimal.

Tujuan dari kasus ini adalah keuntungan maksimal dari tiap kwintal penanaman bawang Brebes dan Sumbawa

Variabel keputusannya tentunya berkaitan dengan keuntungan maksimal yaitu

x_1 = Banyaknya Bawang brebes yang di tanam

x_2 = Banyaknya Bawang Sumbawa yang di tanam

Kendala atau Pembatasnya adalah kapasitas Lahan di Desa Pagiyanten, Sindang, dan Kali Soka.

Masalah tersebut selanjutnya di buat dalam tabel berikut.

Lahan	Bawang Brbs	Bawang Smbw	Kapasitas
Pagiyanten	2	0	8

Sindang	0	4	24
KaliSoka	3	2	18
Keuntungan	3 juta	5 juta	

Sehingga model PL yang dapat di buat adalah sebagai berikut.

Memaksimalkan $Z = 3x_1 + 5x_2$

Dengan Kendala;

$2x_1 \leq 8$

$4x_2 \leq 24$

$3x_1 + 2x_2 \leq 18$

dan $x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$

Latihan.

1. Perusahaan AAA memproduksi almari pakaian dan almari buku. Kedua produk harus melalui 2 tahap I(pengukuran dan pemotongan) danTahap II (perakitan dan finishing). Untuk Tahap I almari pakaian dan buku memerlukan masing-masing 2,5 jam dan 3 jam pengerjaan. Untuk tahap II almari pakaian memerlukan waktu 3 jam dan almari buku 2 jam. Perusahaan memberikan alokasi waktu satu bulan yaitu 150 jam untuk tahap I dan 120 jam untuk tahap II. Berdasarkan pengalaman almari pakaian permintaannya tidak pernah melebihi 20 unit. Perusahaan menjual setiap unit almari pakaian dan buku masing-masing 600 ribu dan 500 ribu. Buatlah model matematika untuk kasus tersebut

2. Perusahaan produk pakaian membuat tiga jenis produk yaitu Baju, Kaos, dan Kerudung setiap bulan. Perusahaan ini memiliki 2 pabrik yaitu Benjaran dan Tegal. Pabrik Benjaran menghasilkan 900 unit Baju , 300 unit Kaos, dan 600 unit kerudung. Sedangkan Tegal menghasilkan 300 unit baju, 1800 kaos dan 1800 kerudung. Adapun biaya produksi untuk tiap bulan di pabrik Benjaran 30 juta dan Tegal 24 juta. Setiap bulan Perusahaan mendapatkan pesanan dari grosir di

Tegal gubuk berupa 1800 unit baju, 4500 kaos dan 3600 kerudung. Buatlah model matematika untuk kasus tersebut

3. Perusahaan mebel ABYAN memproduksi meja dan kursi. Dibutuhkan 2 jam untuk membuat sebuah meja dan 30 menit untuk sebuah kursi. Pembuatan dilakukan oleh 4 pekerja tetap yang masing masing mempunyai jam kerja 8 jam/hari. Pembeli biasanya membeli 4 kursi utuk setiap mejanya sehingga perusahaan harus memproduksi kursi paling tidak 4 kali lebih banyak dari meja. Karena keterbatasan bahan baku perusahaan memproduksi meja dan kursi yang terbatas yaitu jumlah keduanya tidak lebih dari 60 unit perhari. Bila setiap meja dan kursi dijual masing-masing dengan harga 1,5 juta dan 500 ribu maka tentukan banyaknya meja dan kursi harus diproduksi agar nilai penjualan optimal.

4. Perusahaan Tahu Benjaran memproduksi Tahu Kuning dan Tahu Gambir. karena keterbatasan kedelai sebagai bahan pokok tahu maka perusahan membatasi produk tahunya tidak lebih 18 kwintal. Berdasarkan pengalaman permintaan Tahu gambir tidak pernah melebihi 10 kw. Dalam proses produksinya untuk membuat Tahu Kuning dibutuhkan2 kw

kedelai lokal dan 3 kw kedelai Thailand, sedangkan tahu gambir membutuhkan 5kw kedelai lokal dan 1 kw kedelai Thailand. Setiap harinya tersedia 60 kw kedelai lokal dan 44 kw kedelai Thailand. Bila untuk setiap kwintal Tahu kuning di jual 6 juta dan Tahu gambir 3 juta maka tentukan nilai penjualan yang optimal.

BAB 2
MENYELESAIKAN MODEL PROGRAM LINEAR

Mencari nilai fungsi tujuan yang optimal dan nilai-nilai variabel keputusan yang membuat nilai fungsi tujuan optimal merupakan inti dari penyelesaian model program linear. Ada beberapa cara untuk menyelesaikan model program linear yaitu metode grafik, metode aljabar, dan metode simplek.

A. Metode Grafik

Metode grafik adalah metode menyelesaikan masalah program linear dengan cara menggambarkan pertidaksamaan pertidaksamaan konstrein atau kendala dalam diagram kartesiussehingga diperoleh suatu daerah yang memuat titik-titik penyelesaian atau disebut daerah fisibel. Metode ini hanya bisa dilakukan untuk model-model Program Linear yang variabel bebasnya tidak lebih dari dua variabel.

Setelah semua konstrein sudah dibuat plotnya dalam diagram kartesisus dan daerah fisibelnya diperoleh, selanjutnya dicari titik titik dari daerah fisibel yang memberikan nilai fungsi objektifnya optimal (maksimal /minimal). Ada dua cara yang biasa dilakukan yaitu;

(1) metode titik pojok yaitu mengambil titik-titik pojok daerah fisibel sebagai titik-titik yang mungkin sebagai titik optimal. Titik-titik pojok ini satu persatu disubstitusi pada fungsi objektif dan selanjutnya dipilih nilai fungsi objektif optimal.

(2) metode garis selidik yaitu membut garis fungsi objektif atau garis yang sejajar dengan garis fungsi objektif, selanjutnya menggeser garis ini ke atas atu ke bawah. Suatu titik merupakan titik maksimal (titik yang membuat nilai fungsi objektif maksimal) bila paling akhir dilewati oleh garis selidik dari atas ke bawah atau dari kiri ke kanan. Sebaliknya suatu titik merupakan titik minimal bila titik ini paling akhir dilewati oleh garis selidik dari bawah ke atas atau dari kanan ke kiri. Garis selidik ini biasanya disebut garis isoprofit (*isoprofit line*)

Contoh 1

Masalah Petani bawang pada contoh kasus pertanian

Seorang Petani mempunyai tiga lahan di tiga desa yaitu Desa Pagiyanten, Desa Sindang, dan Desa Kali Soka. Dua jenis bawang akan ditanam oleh petani ini yaitu bawang Brebes dan Bawang Sumbawa. Petani ini menanam benih bawang Brebes 2 kw di Desa Pagiyanten dan 3 kw di Desa Kali Soka. Untuk bawang Sumbawa 4 kw di tanam di Desa Sindang dan 2 kw di tanam di Desa Kali Soka. Kapasitas ketiga lahan ini untuk tanaman bawang cukup terbatas yaitu lahan di Pagiyanten hanya mampu ditanami 8 kw bawang, Sindang hanya mampu ditanami 24 kw, dan Kali Soka mampu ditanami sampai 18 kw. Bila prediksi keuntungan per kwintal dari bawang Brebes dan Sumbawa masing-masing adalah 3 juta dan 5 juta, tentukan model matematika untuk membantu petani mengambil keputusan agar mendapatkan keuntungan optimal.

Memaksimalkan $Z = 3x_1 + 5x_2$

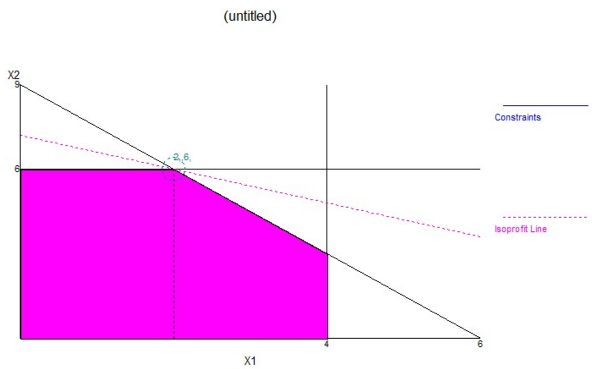
Dengan Kendala;

$2x_1 \leq 8$

$4x_2 \leq 24$

$3x_1 + 2x_2 \leq 18$

dan $x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$



Pada gambar tersebut daerah yang diarsir merupakan daerah fisibel, titik-titik yang berada dalam daerah fisibel merupakan titik-titik yang mungkin membuat nilai fungsi objektif Z optimal (maksimal) titik titik pojok yang dimaksud pada no (1) adalah $\{(x_1\ x_2)/(0,0); (0,6); (2,6); (4,0); (4,3)\}$

x_1	x_2	$Z = = 3x_1 + 5x_2$

0	0	0
0	6	30
4	0	12
2	6	36
4	3	27

Dengan garis Isoprofit (garis putus-putus pada garfik di atas) titik (2,6) adalah titik terakhir yang dilewati garis tersebut bila digeser ke atas atau ke kanan.

Jadi penyelesaian optimal masalah tersebut adalah nilai Z = 36 artinya keuntungan maksimal yang akan diperoleh petani adalah 36 juta. $x_1 = 2$, dan $x_2 = 6$ artinya keputusan yang harus dipilih petaniadalah menanam bawang Brebes 2 kw, dan bawang Sumbawa 6 kw.

Contoh 2

Meminimalkan $Z = 4x_1 + 2x_2$

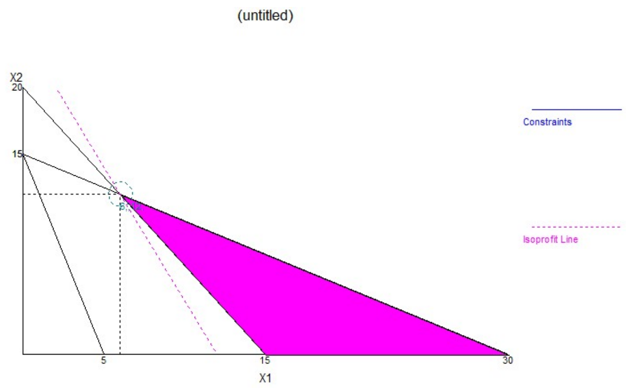
dengan kendala: $6x_1 + 2x_2 \geq 30$

$4x_1 + 3x_2 \geq 60$

$x_1 + 2x_2 \leq 30$

dan $x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$

Dengan metode grafik diperoleh gambar berikut.



Pada gambar tersebut daerah yang diarsir merupakan daerah fisibel, titik-titik yang berada dalam daerah fisibel merupakan titik-titik yang mungkin membuat nilai fungsi objektif Z optimal (maksimal) titik titik pojok yang dimaksud pada no (1) adalah {(x_1 x_2)/(15,0); (30,0); (6,12)}

x_1	x_2	$Z = 40x_1 + 20x_2$
15	0	600
30	0	1200
6	12	480

Dengan garis Isoprofit (garis putus-putus pada garfik di atas) titik (6,12) adalah titik terakhir yang dilewati garis tersebut bila digeser ke atas atau ke kanan.

Jadi penyelesaian optimal masalah tersebut adalah nilai Z = 480. x_1= 6, dan x_2 = 12

B. Metode Simpleks Primal

Metode Simpleks pertama kali dikembangkan George Dantzig tahun 1939. Metode ini merupakan pengembangan dari penyelesaian Aljabar, yaitu eliminasi dengan operasi baris untuk menentukan penyelesaian sistem persamaan linear.

Ada beberapa istilah yang perlu dijelaskan sebelum kita bahas algoritma dari metode simpleks, yaitu

1. Variabel Slack adalah variabel yang ditambahkan pada pertidaksamaan linear dari suatu konstrein bertanda $\leq$. Variabel ini diberi lambang S_1, S_2, S_3, . . . , S_j
2. Variabel Surplus adalah variabel yang dikurangkan pada pertidaksamaan linear dari suatu konstrein bertanda $\geq$. Variabel ini sama seperti variabel Slack diberi lambang S_1, S_2, S_3, . . . , S_j
3. Variabel Semu atau variabel boneka adalah variabel bantuan yang ditambahkan pada pertidaksamaan linear dari suatu konstrein bertanda $\geq$ setelah

dikurangi variabel surplus. variabel ini dilambangkan dengan R

4. Variabel Basis atau dasar adalah variabel yang menentukan nilai fungsi tujuan Z
5. Variabel non basis adalah variabel yang tidak menentukan nilai fungsi tujuan Z
6. Konstrein redundant adalah konstrein yeng ketersediaan sumbernya berlipah
7. Status sumber abundant yaitu status sumber berlimpah (tersisa) pada penyelesaian optimal
8. Status sumber scare yaitu status sumber habis terpakai pada penyelesaian optimal

Gambaran dari metode simpleks adalah meneliti penyelesaian penyelesain titik-titik sudut yang layak dan berhenti segera setelah salah satu diantaranya memenuhi uji optimlisasi.

Secara ringkas garis besar dari metode simpleks adalah sebagai berikut.

1. Langkah awal: mulai dari penyelesaian dari suatu titik fisibel

2. Langkah iterasi: berpindah pada titik fisibel yang berdekatan dan lebih baik (langkah ini terus berulang sesuai kebutuhan)
3. Uji Optimalisasi. Penyelesaian dari titik fisibel optimal bila tidak ada lagi titik fisibel yang memberikan nilai lebih baik.

Algoritma metode simpleks

Sebelum memulai metode simpleks terlebih dahulu dilakukan persiapan metode simpleks yaitu mengkonversikan bentuk pertidaksamaan dari konstrein menjadi bentuk persaman karena prosedur simpleks mengikuti prosedur aljabar dalam menyelesaiakan sistem persamaan linear. Adapun ketentuan konversinya adalah sebagai berikut.

1. Pertidaksamaan linear dari suatu konstrein bertanda $\leq$ akan ditambah S sehingga menjadi persamaan linear

   contoh: $3x_1 + 2x_2 \leq 18$ dikonversi menjadi $3x_1 + 2x_2 + S_1 = 18$

2. Pertidaksamaan linear dari suatu konstrein bertanda $\geq$ akan dikurangi S dan ditambah R sehingga menjadi persamaan linear

   contoh: $x_1 + 5x_2 \geq 12$ dikonversi menjadi $x_1 + 5x_2$ $- S_2 + R_1 = 12$

3. Fungsi tujuan menyesuaikan konversi konstrein model PL

Hasil dari konversi ini berupa sistem persamaan linear yang melibatkan fungsi tujuan sebagai salah satu persamaan linear di dalamnya. Selanjutnya model hasil konversi disebut model program linear standar. Agar lebih mudah dipahami berikut adalah beberapa contoh berikut.

Contoh 3.

Model PL Memaksimalkan $Z = 3x_1 + 5x_2$

Dengan Kendala;

$$2x_1 \leq 8$$

$$4x_2 \leq 24$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

dan $x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$

Model PL standarnya

$$Z - 3x_1 - 5x_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 = 0$$

$$x_1 + 0x_2 + S_1 + 0S_2 + 0S_3 = 4$$

$$0x_1 + 2x_2 + 0S_1 + S_2 + 0S_3 = 12$$

$$3x_1 + 2x_2 + 0S_1 + 0S_2 + S_3 = 18$$

$$x_1 \geq 0 \; x_2 \geq 0 \; S_1 \geq 0 \;\; S_2 \geq 0 \;\; S_3 \geq 0$$

Contoh 4.

Model Meminimalkan $Z = 4x_1 + x_2$

dengan kendala; $3x_1 + x_2 = 3$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$x_1 \geq 0 \; x_2 \geq 0$$

Model PL standarnya

$$Z = 4x_1 + x_2$$

$$3x_1 + x_2 + R_1 + 0S_1 + 0R_2 + 0S_2 = 4$$

$$4x_1 + 3x_2 - S_1 + 0R_1 + R_2 + 0S_2 = 12$$

$$x_1 + 2x_2 + 0S_1 + 0R_1 + 0R_2 + S_2 = 18$$

$$x_1 \geq 0 \; x_2 \geq 0 \; S_1 \geq 0 \;\; S_2 \geq 0 \;\; R_1 \geq 0 \;\; R_2 \geq 0$$

Setelah memperoleh model Pl standar langkah selanjutnya adalah memasukan koefisien-koefisien model PL standar dalam tabel simpleks seperti berikut ini

Basis	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	Penyelesaian	Rasio
Z								
s_1								
s_2								
s_3								

keterangan

kolom dengan warna merah disebut kolom basis yaitu kolom yang memuat variabel basis, pada contoh tersebut s_1, s_2, s_3 adalah variabel basis

Semua variabel dituliskan dalam baris berwarna biru

Baris hijau untuk menuliskan koefisien Z dan baris berikutnya untuk koefisien konstreinnya. Untuk lebih dapat dilihat secara jelas mari kita lihat pada bebrapa contoh berikut.

Contoh 5.

Model PL Memaksimalkan $Z = 3x_1 + 5x_2$

Dengan Kendala;

$2x_1 \leq 8$

$4x_2 \leq 24$

$3x_1 + 2x_2 \leq 18$

dan $x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$

Model PL standarnya

$$Z - 3x_1 - 5x_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 = 0$$

$$2x_1 + 0x_2 + S_1 + 0S_2 + 0S_3 = 8$$

$$0x_1 + 4x_2 + 0S_1 + S_2 + 0S_3 = 24$$

$$3x_1 + 2x_2 + 0S_1 + 0S_2 + S_3 = 18$$

$$x_1 \geq 0 \; x_2 \geq 0 \; S_1 \geq 0 \;\; S_2 \geq 0 \;\; S_3 \geq 0$$

Dari model standar tersebut dapat dibuat tabel simpleks awal berikut ini.

Basis	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	Penyelesaian	Rasio
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	
s_1	0	2	0	1	0	0	8	
s_2	0	0	4	0	1	0	24	

S_3	0	3	2	0	0	1	18	

Selanjutnya untuk Algoritma simpleks dimulai dari tabel simpleks awal seperti yang telah dicontohkan. Adapun secara lengkap, algoritma simpleks langkah-langkahnya adalah sebagai berikut.

1. Menentukan penyelesaian fisibel basis awal berdasarkan model PL standar dengan menentukan (n-m) variabel non basis = 0
2. Menentukan *entering variable (ev)* yaitu variabel yang akan masuk menjadi variabel basis menggantikan variabel basis yang akan keluar disebut *leaving variable*(*lv*). Ketentuannya : *ev* dipilih dari variabel yang dideklarasikan pada baris koefisien Z (baris biru) yang nilai koefisiennya paling negtif untuk kasus model memaksimalkan dan nilai koefisiennya paling positip untuk kasus model meminimalkan.
3. Menentukan *lv* yaitu variabel yang akan keluar dari kolom basis yang akan di gantikan variabel *ev*, dengan ketentuan dipilih berdasarkan rasio antara ruas kanan (kolom penyelesaian) dengan kolom *ev* yang minimal

non negatipuntuk kasus memaksimalkan maupunkasus meminimalkan

sehingga s_2 merupakan variabel yang akan keluar=*lv*

4. Menentukan penyelesaian basis baru dengan menggunakan basis ev dan non basis lv kerjakan kembali sepeti langkah 2

Contoh 6.

Dari contoh sebelumhya, yaitu Model PL Memaksimalkan

$Z = 3x_1 + 5x_2$

Dengan Kendala;

$$2x_1 \leq 8$$

$$4x_2 \leq 24$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

dan $x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$

Diperoleh Tabel simpleks awal

Basis	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	Penyelesaian	Rasio
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	
s_1	0	2	0	1	0	0	8	
s_2	0	0	4	0	1	0	24	
s_3	0	3	2	0	0	1	18	

entering variabel = *ev* dipilih dari variabel yang dideklarasikan pada baris koefisien Z (baris biru) yang nilai koefisiennya paling negtif, sehingga ev adalah $x_2$karena koefisienx_2 adalah -5 paling negatif dibanding koefisien variabel lainnya.

Basis	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	Penyelesaian	Rasio
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	
s_1	0	2	0	1	0	0	8	8/0

s_2	0	0	4	0	1	0	24	24/4 minimal
s_3	0	3	2	0	0	1	18	18/2

berdasarkan rasio antara ruas kanan (kolom penyelesaian) dengan kolom *ev* yang minimal non negatip untuk kasus memaksimalkan maupunkasus meminimalkan

sehingga s_2 merupakan variabel yang akan keluar=*lv*

Basis	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	Penyelesaian	Rasio
Z	1	-3	0	0	5/4	0	30	
s_1	0	2	0	1	0	0	8	4/1
x_2	0	0	1	0	1/4	0	6	6/0
s_3	0	3	0	0	-1	1	6	6/3 minimal

selanjutnya pilih ev dan lv yang baru karena masih ada koefisien baris Z yang negatip x_1 dipilih sebagai ev karena -3 paling negatip

Basis	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	Penyelesaian	Rasio
Z	1	0	0	0	1/4	1	36	
s_1	0	0	0	1	2/3	-2/3	2	
x_2	0	0	1	0	1/4	0	6	
x_1	0	1	0	0	-1/3	1/3	2	

Dari tabel terakhir dapat dilihat, semua koefisien variabel Z bernilai non negatip sehingga penyelesaian sudah optimal. Penyelesaian optimal model tersebut adalah Z = 36 dengan $x_1 = 2$, $x_2 = 6$, $s_1 = 2$ artinya status sumber untuk konstrein I adalah abundant, $s_2 = 0$ artinya status sumber II adalah scare (habis).

C. Metode M dan Metode Dua Fase

Metode M dan Dua Fase merupakan metode simpleks yang digunakan untuk menyelesaikan masalah PL yang model standarnya memuat variabel variabel semu (artificial) R.

Pada contoh 4 dapat dilihat terdapat variabel semu (artificial) R. Sudah dijelaskan bahwa variabel R adalah variabel yang ditambahkan pada konstrein bertanda = atau bertanda ≥.

1. Metode M (Pinalti)

Metode M (Pinalti) atau sering disebut juga Metode Big M adalah metode simpleks yang memberikan koefisien untuk variabel R pada fungsi objektif (Z) dengan suatu bilangan besar M. Untuk kasus model PL memaksimalkan pada fungsi objektif, variabel R diberi koefisien -M, sedangkan untuk kasus meminimal pada fungsi objektif, variabel R diberi koefisien –M.

Contoh 7.

Suatu Industri Rumahan memproduksisuplemen makanansehat sekali. Untuk membuat makanan ini dibutuhkan bahan A dan bahan B. Untuk menjaga khasiat suplemen makanan, setiap bungkus suplemen harus mengandung tepat 3 gr vitamin A tidak boleh kurang maupun lebih, kandungan proteinnya paling tidak 6 gr, dan kandungan lemaknya tidak boleh melebihi 4 gr. Diketahui untuk setiap kg bahan A mengandung 3 gr vitamin A, 4 gr protein, dam 1 gr lemak, sedangkan setiap kg bahan B mengandung 1gr vitamin A, 3gr protein, dan 2gr lemak. Setiap kg bahan A dan bahan B harganya masing-masing 400 ribu dan 100 ribu.

Masalah tersebut dapat dimodelkan sebagai berikut.

Model Meminimalkan $Z = 4x_1 + x_2$

dengan kendala; $3x_1 + x_2 = 3$

$4x_1 + 3x_2 \geq 6$

$x_1 + 2x_2 \leq 4$

$x_1 \geq 0$ $x_2 \geq 0$

Model PL standarnya

$Z = 4x_1 + x_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 + MR_1 + MR_2$

$3x_1 + x_2 + R_1 + 0S_1 + 0R_2 + 0S_2 = 3$ ....(1)

$4x_1 + 3x_2 - S_1 + 0R_1 + R_2 + 0S_2 = 6$ ....(2)

$x_1 + 2x_2 + 0S_1 + 0R_1 + 0R_2 + S_2 = 4$ ....(3)

$x_1 \geq 0$ $x_2 \geq 0$ $S_1 \geq 0$ $S_2 \geq 0$ $R_1 \geq 0$ $R_2 \geq 0$

dari konstrein 1 dan 2 dapat diperoleh;

$R_1 = 3 - 3x_1 - x_2$

$R_2 = 6 - 4x_1 - 3x_2 + S_1$

selanjutnya R_1 dan R_2 disubstitusi pada persamaan Z sehingga diperoleh; $Z = 4x_1 + x_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 + M(3 - 3x_1 - x_2) + M(6 - 4x_1 - 3x_2 + S_1)$

$Z = (4-7M)x_1 + (1-4M)x_2 + MS_1 + 9M$

sehingga model PL standarnya dapat ditulis lagi sebagai berikut.

$Z - (4-7M)x_1 - (1-4M)x_2 - MS_1 = 9M$

$3x_1 + x_2 + R_1 + 0S_1 + 0R_2 + 0S_2 = 3$ ....(1)

$4x_1 + 3x_2 - S_1 + 0R_1 + R_2 + 0S_2 = 6$ ....(2)

$x_1 + 2x_2 + 0S_1 + 0R_1 + 0R_2 + S_2 = 4$ ....(3)

$x_1 \geq 0$ $x_2 \geq 0$ $S_1 \geq 0$ $S_2 \geq 0$ $R_1 \geq 0$ $R_2 \geq 0$

Langkah selanjutnya adalah memasukan koefisien-koefisien model Pl standar ini dalam tabel simplek berikut dan diselesaikan seperti contoh

Basis	Z	x_1	x_2	S_1	R_1	R_2	S_2	Peny	Rasio
Z	1	-4+7M	-1+4M	-M	0	0	0	9M	
R_1	0	3	1	0	1	0	0	3	3/3 minimal
R_2	0	4	3	-1	0	1	0	6	6/4
S_2	0	1	2	0	0	0	1	4	4/1

Basis	Z	x_1	x_2	S_1	R_1	R_2	S_2	Peny	Rasio
Z	1	0	(1+5M)/3	-M	(4-7M)/3	0	0	4+2M	
x_1	0	1	1/3	0	1/3	0	0	1	1/1/3 = 3
R_2	0	0	5/3	-1	-4/3	1	0	2	2/5/3 = 6/5minimal
S_2	0	0	5/3	0	-1/3	0	1	3	3/5/3 =9/5

Basis	Z	x_1	x_2	S_1	R_1	R_2	S_2	Peny	Rasio
Z	1	0	0	1/5	8/5 - M	-1/5 - M	0	18/5	
x_1	0	1	0	1/5	3/5	-1/5	0	3/5	3/5/1/5= 3

x_2	0	0	1	-3/5	-4/5	3/5	0	6/5	negatip
S_2	0	0	0	1	1	-1	1	1	1/1 minimal

Basis	Z	x_1	x_2	S_1	R_1	R_2	S_2	Peny	Rasio
Z	1	0	0	0	7/5 - M	- M	-1/5	17/5	
x_1	0	1	0	0	2/5	0	-1/5	2/5	3/5/1/5 = 3
x_2	0	0	1	0	-1/5	0	3/5	9/5	negatip
S_1	0	0	0	1	1	-1	1	1	1/1 minimal

Dari tabel terakhir dapat dilihat, semua koefisien variabel Z bernilai non positip (ingat M bilangan besar) sehingga penyelesaian sudah optimal (nilai Z minimal). Penyelesaian optimal model tersebut adalah Z = 17/5 dengan x_1 = 2/5, x_2 = 9/5, s_1 = 1 artinya status sumber untuk konstrein I adalah abundant, s_2 = 0 artinya status sumber II adalah scare (habis).

Contoh 8

Diketahui model PL memaksimalkan

$Z = 5x_1 + 12x_2 + 4x_3$

dengan kendala; $x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10$

$2x_1 - x_2 + 3x_3 = 8$

$x_1 \geq 0 \; x_2 \geq 0 \; x_3 \geq 0$

Langkah pertama dari metode Penalti (Big M) adalah membuat model PL standar seperti berikut;

memaksimalkan $Z = 5x_1 + 12x_2 + 4x_3 - MR$

dengan kendala: $x_1 + 2x_2 + x_3 + s = 10$ ....(1)

$2x_1 - x_2 + 3x_3 + R = 8$ ....(2)

$x_1 \geq 0 \; x_2 \geq 0 \; x_3 \geq 0 \;\; S \geq 0 \;\; R \geq 0$

dari persamaan (1) didapatkan $R = 8 - 2x_1 + x_2 - 3x_3$ dan persamaan ini disubstitusi pada persamaan fungsi objektif, dan diperoleh;

$Z = 5x_1 + 12x_2 + 4x_3 - M(8 - 2x_1 + x_2 - 3x_3)$

$Z = (5+2M)x_1 + (12-M)x_2 + (4+3M)x_3 - 8M$

sehingga model Pl standar simpleks nya adalah sbb:

$Z - (5+2M)x_1 - (12-M)x_2 - (4+3M)x_3 = -8M$

dengan kendala: $x_1 + 2x_2 + x_3 + s = 10$ ....(1)

$2x_1 - x_2 + 3x_3 + R = 8$ ....(2)

$x_1 \geq 0 \; x_2 \geq 0 \; x_3 \geq 0 \;\; S \geq 0 \;\; R \geq 0$

Langkah selanjutnya adalah memasukan koefisien-koefisien model Pl standar ini dalam tabel simplek berikut dan diselesaikan seperti contoh 1 dan contoh 2

Basis	Z	x_1	x_2	x_3	s	R	Peny	Rasio
Z	1	-5-2M	-12+M	-4-3M	0	0	-8M	
S	0	1	2	1	1	0	10	10/1
R	0	2	-1	3	0	1	8	8/3minimal

Basis	Z	x_1	x_2	x_3	s	R	Peny	Rasio
Z	1	-7/3	-40/3	0	0	4/3 +M	32/3	
S	0	1/3	7/3	0	1	-1/3	22/3	22/7
x_3	0	2/3	-1/3	1	0	1/3	8/3	negatip

Basis	Z	x_1	x_2	x_3	s	R	Peny	Rasio
Z	1	-3/7	0	0	40/7	-4/7 +M	368/7	
x_2	0	1/7	1	0	3/7	-1/7	22/7	22/1
x_3	0	5/7	0	1	1/7	2/7	26/7	26/5minimal

Basis	Z	x_1	x_2	x_3	s	R	Peny	Rasio

Z	1	0	0	3/5	29/5	-2/5 + M	274/5	
S	0	0	1	-1/5	1	0	12/5	
R	0	1	0	7/5	0	1	26/5	

Karena tidak terdapat lagi koefisien baris fungsi objektif Z yang bernilai negatif maka tidak ada lagi entering variabel dapat dipilih, sehingga penyelesaian sudah optimal dengan nilai Z = 274/5 dan x_1 = 26/5 ; x_2 = 12/5.

2. Metode Dua Fase

Metode ini dirancang untuk mengurangi kemungkinan terjadinya error akibat penggunan bilangan besar pada metode M. Disebut metode dua fase karena metode ini menyelesaikan model PL dengan simplek dalam dua tahap atau dua fase.

Tahap I : meminimalkan fungsi objektif baru r = $\sum_{i=1}^{k} R_i$ dengan kendala sesuai model PL yang akan diselesaikan.Bila r minimal = 0 maka lanjut ke fase II, tetapi bila r minimal ≠ 0 maka Stop tidak dilanjutkan ke fase II tidak ditemukan penyelesaian fisibel.

Contoh 9

Model Meminimalkan $Z = 4x_1 + x_2$

dengan kendala; $3x_1 + x_2 = 3$

$4x_1 + 3x_2 \geq 6$

$x_1 + 2x_2 \leq 4$

$x_1 \geq 0\ x_2 \geq 0$

Model PL standarnya

$Z = 4x_1 + x_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 + MR_1 + MR_2$

$3x_1 + x_2 + R_1 + 0S_1 + 0R_2 + 0S_2 = 3$ ....(1)

$4x_1 + 3x_2 - S_1 + 0R_1 + R_2 + 0S_2 = 6$ ....(2)

$x_1 + 2x_2 + 0S_1 + 0R_1 + 0R_2 + S_2 = 4$ ....(3)

$x_1 \geq 0\ x_2 \geq 0\ S_1 \geq 0\ \ S_2 \geq 0\ \ R_1 \geq 0\ \ R_2 \geq 0$

Penyelesaian

Fase I meminimalkan $r = R_1 + R_2$

dengan kendala;

$3x_1 + x_2 + R_1 + 0S_1 + 0R_2 + 0S_2 = 3$ ....(1)

$4x_1 + 3x_2 - S_1 + 0R_1 + R_2 + 0S_2 = 6$ ....(2)

$x_1 + 2x_2 + 0S_1 + 0R_1 + 0R_2 + S_2 = 4$ ....(3)

$x_1 \geq 0\ x_2 \geq 0\ S_1 \geq 0\ \ S_2 \geq 0\ \ R_1 \geq 0\ \ R_2 \geq 0$

dari konstrein 1 dan 2 dapat diperoleh;

$R_1 = 3 - 3x_1 - x_2$

$R_2 = 6 - 4x_1 - 3x_2 + S_1$

sehingga diperoleh model PL standar meminimalkan

$r = (3 - 3x_1 - x_2) + (6 - 4x_1 - 3x_2 + S_1)$

atau $r + 7x_1 + 4x_2 - s_1 = 9$

$3x_1 + x_2 + R_1 + 0S_1 + 0R_2 + 0S_2 = 3$ ....(1)

$4x_1 + 3x_2 - S_1 + 0R_1 + R_2 + 0S_2 = 6$ ....(2)

$x_1 + 2x_2 + 0S_1 + 0R_1 + 0R_2 + S_2 = 4$ ....(3)

$x_1 \geq 0$ $x_2 \geq 0$ $S_1 \geq 0$ $S_2 \geq 0$ $R_1 \geq 0$ $R_2 \geq 0$

Langkah selanjutnya adalah memasukan koefisien-koefisien model Pl standar ini dalam tabel simplek berikut dan diselesaikan sampai diperoleh penyelesaian optimal yaitu nilai r minimal.

Basis	R	x_1	x_2	S_1	R_1	R_2	S_2	Peny	Rasio
R	1	7	4	-1	0	0	0	9	
R_1	0	3	1	0	1	0	0	3	3/3 minimal
R_2	0	4	3	-1	0	1	0	6	6/4
S_2	0	1	2	0	0	0	1	4	4/1

Basis	R	x_1	x_2	S_1	R_1	R_2	S_2	Peny	Rasio

R	1	0	5/3	-1	-7/3	0	0	2	
x_1	0	1	1/3	0	1/3	0	0	1	1/1/3 = 3
R_2	0	0	5/3	-1	-4/3	1	0	2	2/5/3 = 6/5 minimal
S_2	0	0	5/3	0	-1/3	0	1	3	3/5/3 =9/5

Basis	R	x_1	x_2	S_1	R_1	R_2	S_2	Peny	Rasio
R	1	0	0	1/5	- 1	- 1	0	0	
x_1	0	1	0	1/5	3/5	-1/5	0	3/5	3/5/1/5 = 3
x_2	0	0	1	-3/5	-4/5	3/5	0	6/5	negatip
S_2	0	0	0	1	1	-1	1	1	1/1 min

Karena tidak terdapat lagi koefisien baris fungsi objektif r yang bernilai negatif maka tidak ada lagi entering variabel dapat dipilih, sehingga penyelesaian sudah optimal dengan nilai r = 0, sehingga dilanjutkan ke penyelesaian fase II atau tahap II

Tahap II : Melanjutkan penyelesaian tabel simpleks pada fase I, dengan membuang kolom variabel semu dari tabel simplek optimal fase I dan mengganti fungsi objektif r dengan fungsi objektif semula Z.

Basis	R	x_1	x_2	S_1	S_2	Peny	Rasio
r	1	0	0	1/5	0	0	
x_1	0	1	0	1/5	0	3/5	3/5/1/5 = 3
x_2	0	0	1	-3/5	0	6/5	negatip
S_2	0	0	0	1	1	1	1/1 minimal

Berdasarkan tabel simpleks optimal fase I di atasdiperoleh persamaan

$x_1 + 1/5s_1 = 3/5$ atau $x_1 = 3/5 - 1/5s_1$

$x_2 – 3/5s_1 = 6/5$ atau $x_2 = 6/5 + 3/5s_1$

Persamaan-persamaan ini selanjutnya disubstitusi pada fungsi objektif $Z = 4x_1 + x_2$

$Z = 4(3/5 - 1/5s_1) + (6/5 + 3/5s_1)$

$Z = 12/5 – 4/5s_1 + 6/5 + 3/5s_1$

$Z + 1/5s_1 = 18/5$

Basis	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	Peny	Rasio
Z	1	0	0	1/5	0	18/5	
x_1	0	1	0	1/5	0	3/5	3/5/1/5 = 3
x_2	0	0	1	-3/5	0	6/5	negatip
S_2	0	0	0	1	1	1	1/1 minimal

dapat dilihat ternyata ada koefisien baris fungsi objektif Z yang positip sehingga penyelesaian belum minimal.

Basis	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	Peny
Z	1	0	0	0	-1/5	17/5
x_1	0	1	0	0	-1/5	2/5
x_2	0	0	1	0	3/5	9/5
S_1	0	0	0	1	1	1

tabel ini sudah menunjukkan bahwa penyelesaian sudah optimal, dan penyelesaian optimalnya adalah Z = 17/5 , x_1 = 2/5, x_2 = 9/5, , s_1 = 1 artinya status sumber untuk konstrein I adalah abundant, s_2 = 0 artinya status sumber II adalah scare (habis).

D. Metode Simpleks Dual

Penggunaan :

- Metode simpleks dual dipakai apabila tabel simpleks sudah optimal akan tetapi tidak layak

- Metode simpleks dual juga dipakai untuk analisis pasca optimal (analisis sensitivitas)

Prosedur:

- Pilih baris kunci

  Pilihlah nilai pada kolom NK yang bernilai negatif terkecil

- Pilih Kolom Kunci

  Pilihlah rasio dengan ketentuan sebagai berikut :

  a. Jika Fungsi Tujuan Minimum, pilihlah rasio yang bernilai positif terkecil
  b. Jika Fungsi tujuan Maksimum, pilihlah rasio dengan nilai absolut terkecil

  Rasio = (Nilai pada baris Z)/(Nilai pada baris kunci)

Contoh:

F. Tujuan : Min $Z = 3x_1 + 2x_2$

F. Kendala : $3x_1 + x_2 \geq 3$

$4x_1 + 3x_2 \geq 6$

$x_1 + x_2 \leq 3$

$x_1, x_2 \geq 0$

Prosedur Penyelesaian:

Ubah fungsi tujuan dan kendala:

F. Tujuan : Min $Z = 3x_1 + 2x_2 \Rightarrow Z - 3x_1 - 2x_2 = 0$

F. Kendala : $3x_1 + x_2 \geq 3 \Rightarrow -3x_1 - x_2 + x_3 = -3$

$4x_1 + 3x_2 \geq 6 \Rightarrow -4x_1 - 3x_2 + x_4 = -6$

$x_1 + x_2 \leq 3 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_5 = 3$

$x_1, x_2 \geq 0$

Masukkan semua nilai ke tabel simpleks:

Basis	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	NK	Ket
Z	1	-3	-2	0	0	0	0	
X_3	0	-3	-1	1	0	0	-3	
X_4	0	-4	-3	0	1	0	-6	
x_5	0	1	1	0	0	1	3	

Mencari Baris Kunci, yaitu dengan cara memilih nilai pada kolom NK yang bernilai negatif terkecil

Basis	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	NK	Ket

Z	1	-3	-2	0	0	0	0	
X_3	0	-3	-1	1	0	0	-3	
X_4	0	-4	-3	0	1	0	-6	Negatif Terkecil
x_5	0	1	1	0	0	1	3	

Mencari Kolom Kunci, karena fungsi tujuannya adalah meminimalkan maka caranya adalah memilih rasio yang bernilai positif terkecil

Basis	**Z**	**x_1**	**x_2**	**x_3**	**x_4**	**x_5**	**NK**	**Ket**
Z	1	-3	-2	0	0	0	0	
X_3	0	-3	-1	1	0	0	-3	
X_4	0	-4	-3	0	1	0	-6	Negatif Terkecil
x_5	0	1	1	0	0	1	3	

Langkah selanjutnya adalah sama dengan metode simpleks yang lain yaitu :

1. Ubah Baris Kunci
2. Ubah baris selain baris kunci
3. Memeriksa apakah pada kolom NK masih ada yang bernilai negatif. Jika ada, maka lakukan langkah seperti sebelumnya

Adapun tabel lengkapnya adalah sebagai berikut:

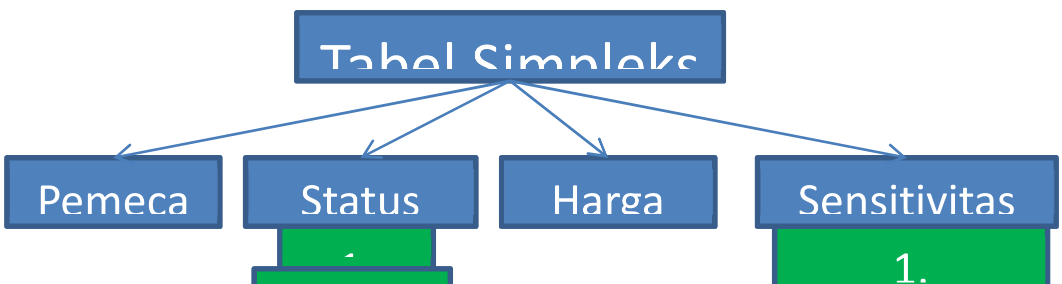
Basis	**Z**	**x_1**	**x_2**	**x_3**	**x_4**	**x_5**	**NK**	**Ket**
Z	1	-3	-2	0	0	0	0	
X_3	0	-3	-1	1	0	0	-3	

X_4	0	-4	-3	0	1	0	-6	Negatif Terkecil
x_5	0	1	1	0	0	1	3	
Z	1	-1/3	0	0	-2/3	0	4	
X_3	0	-5/3	0	1	-1/3	0	-1	Negatif Terkecil
X_2	0	4/3	1	0	-1/3	0	2	
X_5	0	-1/3	0	0	1/3	1	1	
Z	1	0	0	-1/5	-3/5	0	21/5	
X_1	0	1	0	-3/5	1/5	0	3/5	
X_2	0	0	1	4/5	-3/5	0	6/5	
X_5	0	0	0	-1/5	2/5	1	6/5	

Pada iterasi pertama, pada kolom NK masih ada yang bernilai negatif yaitu (-1). Oleh karena itu masih perlu melakukan operasi pada tabel simpleks.

Pada iterasi kedua, tabel simpleks sudah optimal dan layak dan diperoleh $x_1 = 3/5$, $x_2 = 6/5$, dan $Z = 21/5$

E. Interpretasi Tabel Simpleks



Dari tabel simpleks yang sudah optimal, dapat diketahui beberapa hal diantaranya pemecahan optimum, status sumber daya, harga dual, dan sensitivitas pemecahan optimum.

Untuk menjelaskan beberapa hal tersebut dapat dilihat contoh masalah program linear berikut ini:

- Fungsi Tujuan : Maks $Z = 3X_1 + 5X_2$
- Fungsi Kendala :

(1) $2X_1 \leq 8$

(2) $3X_2 \leq 15$

(3) $6X_1 + 5X_2 \leq 30$

Setelah melakukan operasi pada tabel simpleks, diperoleh tabel simpleks final sebagai berikut:

Variabel Dasar	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK

Z	1	0	0	0	5/6	½	$27\,{}^{1}/_{2}$
X_3	0	0	0	1	5/9	-1/3	$6\,{}^{1}/_{3}$
$\mathbf{X_2}$	0	0	1	0	1/3	0	5
$\mathbf{X_1}$	0	1	0	0	-5/18	1/6	5/6

1. Pemecahan Optimum

   Pada tabel simpleks yang disajikan pada contoh di atas, diperoleh pemecahan optimum yaitu $x_1 = 5/6$, $x_2 = 5$, dan Z = 27 ½

2. Status Sumber Daya

   Status sumber daya dibagi menjadi dua yaitu Langka dan Melimpah.

   Status sumber daya dapat dilihat melalui tabel simpleks optimal dengan mengamati nilai variabel slack.

   Nilai variabel slack yang bernilai positif berarti bahwa sumber daya/ kendala tersebut tidak dipergunakan sepenuhnya, sehingga statusnya melimpah. Sedangkan nilai variabel slack yang bernilai 0 berarti bahwa sumber daya/ kendala tersebut dihabiskan oleh kegiatan – kegiatan dalam model yang bersangkutan, sehingga berstatus langka

Dari contoh di atas dapat diketahui bahwa sumber daya/kendala 1 berstatus melimpah dikarenakan nilai variable slack nya (x_3) bernilai 6 1/3. Sedangkan kendala 2 dan 3 berstatus langka dikarenakan nilai variable slack x_4 dan x_5 bernilai 0.

3. Harga Dual

Harga Dual adalah tambahan nilai Z yang terjadi karena tambahan satu unit nilai ruas kanan. Untuk selanjutnya nilai harga dual kita simbolkan denga y_k.

Dari contoh di atas, dapat diketahui nilai harga dual sebagai berikut:

Nilai harga dual untuk kendala 1 (y_1) = 0

Nilai harga dual untuk kendala 2 (y_2) = 5/6

Nilai harga dual untuk kendala 3 (y_3) = ½

Dengan mengetahui nilai harga dual, maka manakala terjadi penambahan nilai NK pada kendala dapat diketahui Nilai Z tanpa harus mengulang operasi tabel simpleks.

Contoh :

- Kendala 2 diubah dari $3X_2 \leq 15$ menjadi $3X_2 \leq 16$ (Kendala lain tidak berubah).

  Karena nilai harga dual $y_2 = 5/6$, maka nilai Z sekarang adalah 27 ½ + 5/6 = 28 1/3

4. Sensitivitas Pemecahan Optimum

   a. Perubahan maksimum/minimum nilai NK

   Dalam bagian ini kita akan membahas kisaran variasi nilai NK dimana harga dual tetap konstan.

   - NK Kendala 1

     Misalkan : D_1 = Penambahan Nilai NK Kendala 1 yang diperbolehkan

     Dari tabel simpleks, diperoleh persamaan berikut ini :

     Pers. 1 : $19/3 + 1 \,.\, D_1 \geq 0 \rightarrow D1 \geq -19/3$

     Pers. 2 : $5 + 0 \,.\, D_1 \geq 0 \rightarrow D1 \geq -\infty$

Pers. 3 : $5/6 + 0 . D_1 \geq 0 \rightarrow D1 \geq - \infty$

Dari ketiga persamaan tersebut di atas, maka nilai D_1 yang diperbolehkan adalah :

$$D_1 \geq - 19/3$$

- NK Kendala 2

Misalkan : D_2 = Penambahan Nilai NK Kendala 2 yang diperbolehkan.

Dari tabel simpleks, diperoleh persamaan berikut ini :

Pers. 1 : $19/3 + 5/9 . D_2 \geq 0 \rightarrow D_2 \geq - 57/5$

Pers. 2 : $5 + 1/3 . D_2 \geq 0 \rightarrow D_2 \geq - 15$

Pers. 3 : $5/6 - 5/18 . D_2 \geq 0 \rightarrow D_2 \leq 3$

Dari pers. 1 dan persamaan 2 diperoleh :

$$D_2 \geq - 57/5$$

Dari persamaan 3 diperoleh :

$$D_2 \leq 3$$

Sehingga,

$$- 57/5 \leq D_2 \leq 3$$

- NK Kendala 3

Misalkan : D_3 = Nilai NK Kendala 3 yang diperbolehkan

Dari tabel simpleks, diperoleh persamaan berikut ini :

Pers. 1 : $19/3 – 1/3 . D_3 \geq 0 \quad \rightarrow D_3 \leq 19$

Pers. 2 : $5 + 0 . D_3 \geq 0 \quad \rightarrow D_3 \geq - \infty$

Pers. 3 : $5/6 + 1/6 . D_3 \geq 0 \quad \rightarrow D_3 \geq - 5$

Dari pers. 1 diperoleh :

$D_3 \leq 19$

Dari persamaan 2 dan 3 diperoleh :

$D_3 \geq – 5$

Sehingga,

$$– 5 \leq D_3 \leq 19$$

b. Perubahan maksimum/minimum koefisien fungsi tujuan

Misal : d = Penambahan Koef. Fungsi Tujuan

C = Koefisien fungsi tujuan

- Koefisien fungsi tujuan C_1 (C_1 awal = 3)

$5/6 - 5/18 \,.\, d_1 \geq 0 \rightarrow d_1 \leq 3$

$½ + 1/6.d_1 \geq 0 \rightarrow d_1 \geq -3$

jadi, $-3 \leq d_1 \leq 3$

Sehingga nilai C_1 yang diperbolehkan adalah :

$3 - 3 \leq C_1 \leq 3 + 3 \Leftrightarrow 0 \leq C_1 \leq 6$

- Koefisien fungsi tujuan C_2 (Nilai C_2 awal = 5)

$5/6 + 1/3 \,.\, d_2 \geq 0 \rightarrow d_2 \geq -5/2$

$½ + 0.d_2 \geq 0 \rightarrow d_2 \geq -\infty$

jadi, $d_2 \geq -5/2$

Sehingga nilai C_2 yang diperbolehkan adalah :

$C_2 \geq 5 - 5/2 \Leftrightarrow C_2 \geq 5/2$

F. Kejadian Khusus Pada Penyelesaian Model Program Linear

Ada beberapa kasus yang terkadang dijumpai saat kita menyelesaiakan suatu model program linear dengan metode grafik maupun dengan metode simpleks. Berikut ini kejadian-kejadian khusus tersebut.

1. Degenerasi

   Degenerasi adalah suatu kasus penyelesaian optimal yang berulang pada metode simpleks. Kasus ini disebabkan karena adanya konstrein yang redundant dalam model program linear. Konstrein redundant adalah konstrein yang sumbernya berlimpah sehingga keberadaan konstrein ini dalam model menjadi tidak membatasi nilai fungsi objektif artinya keberadaannya tidak mempengaruhi daerah fisibel. Pada metode simpleks kasus ini dicirikan dengan adanya rasio non negatif terkecil yang lebih dari satu, sehingga ada alternatif memilih leaving variabel.

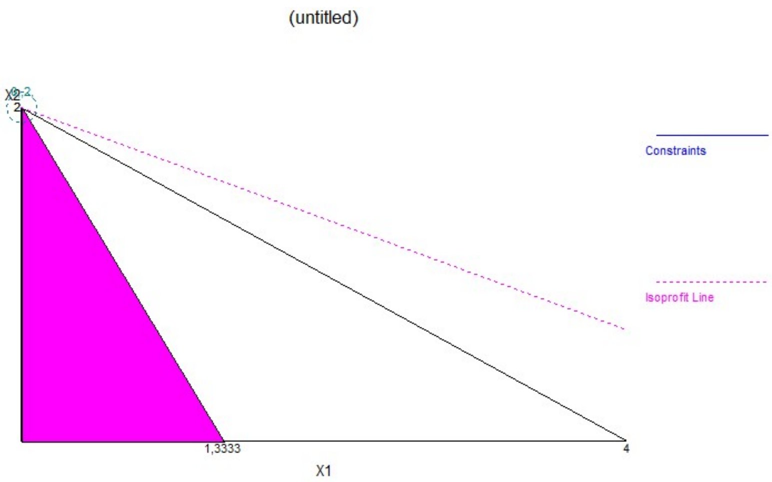
   Contoh

   Model memaksimalkan $Z = 10x_1 + 30x_2$

   dengan kendala; $2x_1 + 4x_2 \leq 8$

   $3x_1 + 2x_2 \leq 4$

   $x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$



Konstrein $2x_1 + 4x_2 \leq 8$ adalah konstrein redundant, keberadaan konstrein ini tidak mempengaruhi daerah fisibel.

Dengan metode simpleks

model PL standarnya

memaksimalkan $Z - 20x_1 - 30x_2 = 0$

dengan kendala; $2x_1 + 4x_2 + s_1 = 8$

$$3x_1 + 2x_2 + s_2 = 4$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$$

Basis	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	Peny	Rasio

Z	1	-20	-30	0	0	0	
s_1	0	2	4	1	0	8	8/4
s_2	0	3	2	0	1	4	4/2

Basis	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	Peny	Rasio
Z	1	-5	0	30/4	0	60	
x_2	0	½	1	¼	0	2	4
s_2	0	2	0	-1/2	1	0	0

Basis	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	Peny	Rasio
Z	1	0	0	25/4	0	60	
x_2	0	0	1	3/8	-1/4	2	
x_1	0	1	0	-1/4	1/2	0	

Dapat dilihat bahwa pada iterasi ke 1 dan ke 2 memberikan penyelesaian yang sama, yaitu Z = 60, $x_1 = 0$, $x_2 = 2$, $s_1 = 0$ $s_2 = 0$. Hal ini yang disebut kasus degenerasi.

2. Optimal Alternatif

Kasus ini merupakan kasus yang kerap terjadi yaitu adanya penyelesaian optimal yang beragam (lebih dari satu). Optimal alternatif terjadi karena fungsi objektif paralel atau mempunyai gradien yang sama dengan konstrein yang tidak redundant dalam model PL. Lebih jelasnya dapat dilihat dalam contoh berikut.

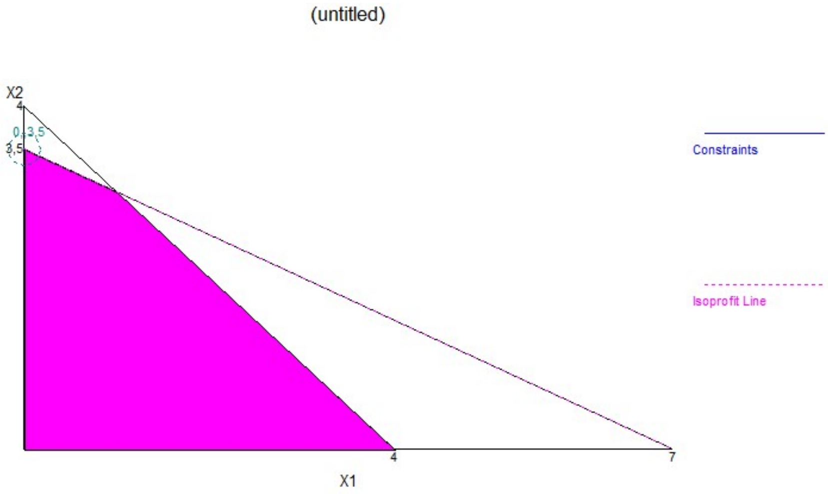
Contoh

Memaksimalkan $Z = 2x_1 + 4x_2$

dengan kendala; $x_1 + 2x_1 \leq 7$

$x_1 + x_2 \leq 4$

$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$



x_1	x_2	Z
0	0	0
0	3.5	14
4	0	8
1	3	14

Paling tidak ada 2 titik sudut yang memberikan nilai maksimal Z yaitu $x_1 = 0$; $x_2 = 3.5$ dan $x_1 = 1$; $x_2 = 3$ yang merupakan perpotongan garis $x_1 + 2x_1 = 7$ dan $x_1 + x_2 = 4$. Sebenarnya bisa dicari penyelesaian lain yang memberikan nilai Z maksimal yaitu titik-titik sepanjang garis $x_1 + 2x_1 = 7$ dari titik (0, 3.5) sampai titik (1,3), sebagi contoh untuk x_1 = 0.2 ; x_2 = 3.4; x_1 = 0.6 ; x_2 = 3.2 kedua penyelesaian ini juga memberikan nilai Z = 14.

Adanya penyelesaian optimal yang beragam ini menjadikan pengambil mempunyai banyak alternatif untuk mendapatkan nilai optimal Z.

Dengan metode Simpleks

Basis	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	Peny	Rasio
Z	1	-2	-4	0	0	0	
s_1	0	1	2	1	0	7	7/2
s_2	0	1	1	0	1	4	4/1

Basis	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	Peny	Rasio
Z	1	0	0	2	0	14	
x_2	0	1/2	1	1/2	0	7/2	
s_2	0	1/2	0	-1/2	1	½	

Pada iterasi I ini terlihat semua koefisien baris Z bernilai non negatif, sehingga untuk kasus memaksimalkan tabel simpleks ini sudah optimal yaitu nilai maksimum Z = 14 dengan x_1 = 0 ; x_2 = 3.5 ; s_1 = 0 ; s_2 = 0.5

Sekarang kita perhatikan lagi Tabel simpleks optimal di atas, terlihat ada koefisien variabel non basis dalam persamaan Z (koefisien baris Z untuk variabel non basis) yang bernilai 0 yaitu koefisien non basis x_1 = 0. Ini menunjukkan x_1 dapat masuk menjadi variabel basis (menjadi *entering variabel*) tanpa merubah nilai Z.

Basis	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	Peny	Rasio
Z	1	0	0	2	0	14	
x_2	0	1/2	1	1/2	0	7/2	7
s_2	0	1/2	0	-1/2	1	½	1

Basis	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	Peny	Rasio
Z	1	0	0	2	0	14	
x_2	0	0	1	1	-1	3	
x_1	0	1	0	-1	2	1	

Pada iterasi II ini juga terlihat semua koefisien baris Z bernilai non negatif, sehingga untuk kasus memaksimalkan tabel simpleks ini sudah optimal yaitu nilai maksimum $Z = 14$ dengan $x_1 = 1$; $x_2 = 3$; $s_1 = 0$; $s_2 = 0$

Metode simpleks hanya mampu menunjukkan dua nilai optimal, tidak seperti metode grafik.

3. Penyelesaian Tak Terbatas

Daerah fisibel dalam penyelesaian model PL bisa terjadi merupakan daerah yang luas tak berhingga sehingga unyuk kasus model memaksimalkan penyelesaian optimal tidak akan pernah dicapai, dalam kondisi nyata (real) tidak ada permasalahan yang penyelesaiannya tidak berhingga, sehingga dimungkinkan ada kesalahan dalam memformulasikan model dari kasus realnya.

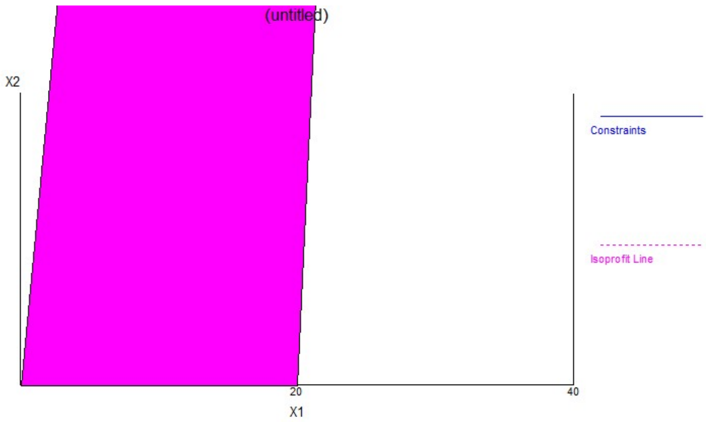
Contoh

Memaksimalkan $Z= 40x_1 + 20x_2$

dengan kendala; $x_1 - x_1 \leq 20$

$$2x_1 \leq 80$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$$



Terlihat pada gambar tersebut daerah fisibel tidak terbatas, sehingga ketika garis isoprofit digeser ke atas maka tidak akan diperoleh titik terakhir, sehingga penyelesaian tidak pernah optimal.

Pada tabel simpleks, masalah ini dicirikan dengan adanya kolom variabel non basis (kolom semua konstrein untuk variabel non basis) yang hanya bernilai negatif dan nol pada awal iterasi (Tabel simpleks awal)

Contoh

Memaksimalkan Z= $40x_1 + 20x_2$

dengan kendala; $x_1 - x_1 \leq 20$

$2x_1 \leq 80$

$x_1 \geq 0 \ \ x_2 \geq 0$

Dengan metode simpleks diperoleh tabel simpleks awal

Basis	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	Peny	Rasio
Z	1	-40	-20	0	0	0	
x_2	0	1	-1	1	0	20	
x_1	0	2	0	0	1	80	

Karena koefisien x_1 paling negatif tentunya x_1 adalah variabel non basis yang akan masuk menggantikan variabel basis keluar. Tetapi coba kita perhatikan variabel non basis lainnya yaitu x_2, koefisien semua konstrein di kolom x_2 adalah negatif dan 0 sehingga nantinya x_2 dapat dinaikan sampai tak berhingga tanpa melanggar konstrein lainnya, karena setiap kenaikan satu unit x_2 akan menaikan satu unit Z, dengan demikian kenaikan x_2 sampai tak berhingga membuat Z naik tak berhingga, sehingga penyelesaian maksimal tidak pernah tercaipai.

4. Penyelesaian Tak Fisibel

   Penyelesaian tak fisibel dapat diartikan tidak ada satu pun titik yang ditemukan dalam penyelesaian, dengan kata lain tidak ditemuka daerah fisibel. Hal ini dapat terjadi karena konstrein tidak dapat dipenuhi secara simultan. Tidak ditemukannya daerah fisibel juga mengindikasikan adanya kesalahan formulasi model dari masalah real.

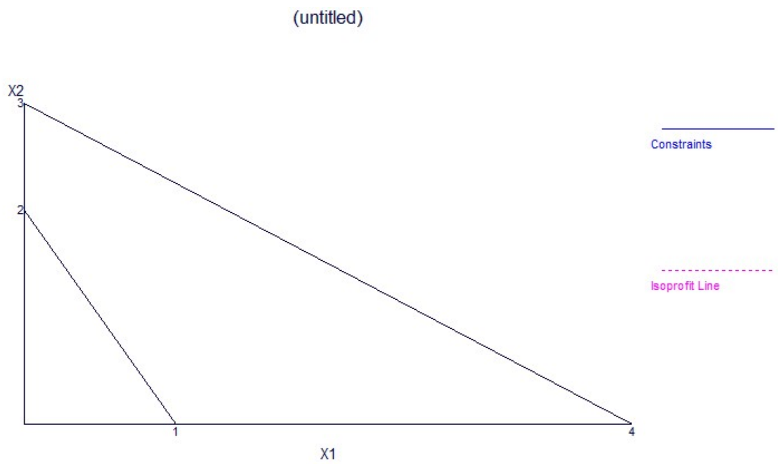
   Contoh

   Memaksimalkan $Z = 3x_1 + 2x_2$

   dengan kendala; $2x_1 + x_2 \leq 2$

   $3x_1 + 4x_2 \geq 12$

   $x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$



Tidak ditemukan daerah fisibel dalam gambar grfik tersebut. Sehingga model tersebut tidak ada penyelesaiannya.

Pada tabel simpleks dicirikan dengan adanya nilai R pada penyelesaian optimalnya.

Basis	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	R	Peny	Rasio
Z	1	-3-3M	-2-4M	M	0		-12M	
s_1	0	2	1	0	1	0	2	2/1
R	0	3	4	-1	0	1	12	12/4

Basis	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	R	Peny	Rasio
Z	1	1+5M	0	M	2+2M	0	-12M	
x_2	0	2	1	0	1	0	2	
R	0	-3	0	-1	-4	1	4	

Dari tabel pada iterasi I semua koefisien persamaan fungsi objektif Z semuanya non negatif sehingga penyelesaian optimal, namun pada penyelesaian optimal nili R = 4, sehingga penyelesaian tidak fisibel karena R adalah variabel semu.

Latihan

1. Model Memaksimalkan $Z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3$

   dengan kendala; $x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 430$

   $3x_1 + 2x_3 \leq 460$

   $x_1 + 4x_2 \leq 420$

   $x_1 \geq 0 \; x_2 \geq 0 x_3 \geq 0$

   Tentukan penyelesaian optimal model tersebut dengan metode simpleks

2. Model Meminimalkan $Z = 4x_1 + x_2$

   dengan kendala; $3x_1 + x_2 = 3$

   $4x_1 + 3x_2 \geq 6$

   $x_1 + 2x_2 \leq 4$

   $x_1 \geq 0 \; x_2 \geq 0$

   Tentukan penyelesaian optimal model tersebut dengan metode simpleks

3. Identifikasikan kasus khusus apa yang terjadi pada penyelesaian model PL berikut

   Model Memaksimalkan $Z = 3x_1 + 2x_2$

dengan kendala; $x_1 + 2x_2 \leq 30$

$3x_1 + 2x_2 \leq 60$

$x_1 - x_2 \leq 10$

$x_1 \geq 0 \; x_2 \geq 0$

BAB 3

METODE SIMPLEKS YANG DIREVISI

Metode simpleks yang direvisi adalah suatu metode yang didesain untuk mencapai hal yang tepat sama seperti pada metode simpleks asli, akan tetapi dengan suatu cara yang lebih efisien untuk dilaksanakan. Metode ini merupakan versi yang disempurnakan dari prosedur aslinya. Perbedaan yang mencolok adalah pada perhitungan variabel masuk dan variabel keluar. Agar dapat memahami metode simpleks yang direvisi, diperlukan pemahaman tentang materi aljabar linear.

Untuk lebih memahami materi ini, disajikan contoh berikut ini:

Contoh kasus :

Fungsi tujuan: Maks $Z = 3x_1 + 2x_2$

Fungsi Kendala: $x_1 + 2x_2 \leq 6$

$2x_1 + x_2 \leq 8$

$-x_1 + x_2 \leq 1$

$x_2 \leq 2$

$x_1, x_2 \geq 0$

Langkah langkah metode simpleks yang direvisi adalah:

Pemecahan Awal

$X_B = (x_3, x_4, x_5, x_6)^T$

$C_B = (0, 0, 0, 0)$

$B = (P_3, P_4, P_5, P_6) = I$

$B^{-1} = I$

Iterasi Pertama

Langkah 1 :

Penentuan variabel masuk P_1 dan P_2

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad P_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$Y = C_B B^{-1} = (0, 0, 0, 0)\mathbf{I} = (0, 0, 0, 0)$$

Untuk setiap vektor non dasar P_1 dan P_2,

$z_j - c_j \quad = Y\,P_j - c_j$

$(z_1 - c_1, z_2 - c_2) \quad = Y\,(P_1, P_2) - (c_1, c_2)$

$$= (0, 0, 0, 0)\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - (3, 2)$$

$= (-3, -2)$

Untuk program maksimasi, vektor masuk Pj dipilih yang memiliki $z_j - c_j$ yang paling negatif (untuk minimasi dipilh yang paling positif)

Jadi, P_1 adalah vektor masuk

Catatan : Iterasi berhenti manakala $z_j - c_j \geq 0$ untuk kasus maks, dan $z_j - c_j \leq 0$ untuk kasus min

Langkah 2 :

Penentuan vektor keluar dengan diketahui variabel masuk P_1

$$X_B = B^{-1}b = \mathbf{I}\, b = b = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\alpha^1 = B^{-1}P_1 = \mathbf{I}\, P_1 = P_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Jadi, $\theta = \min(6/1, 8/2. -1, \infty) = 4$ (bersesuaian dengan x_4)

Sebagai hasilnya, P_4 adalah vektor keluar

Langkah 3 : Penentuan inversi basis berikutnya.

Karena P_1 menggantikan P4 dan $\alpha^1 = (1, 2, -1, 0)^T$

maka

$$\xi = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ +\frac{1}{2} \\ -\left(-\frac{1}{2}\right) \\ \frac{0}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Dan

$$B_{next}^{-1} = EB^{-1} = EI =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Basis baru ini berkaitan dengan vektor dasar

$X_B = (x_3, x_1, x_5, x_6)$, $C_B = (0, 3, 0, 0)$

<u>Iterasi kedua</u>

Langkah 1 :

Penentuan variabel masuk P_2 dan P_4

$$P_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad P_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Y = C_B B^{-1} = (0, 3, 0, 0)\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \left(0, \frac{3}{2}, 0, 0\right)$$

z_j-c_j = Y P_j - c_j

$(z_2 - c_2, z_4 - c_4)$ = Y $(P_2, P_4) - (c_2, c_4)$

$$= \left(0, \frac{3}{2}, 0, 0\right)\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - (2, 0)$$

= (-1/2, 3/2)

Jadi, P_2 adalah vektor masuk

Langkah 2 :

Penentuan vektor keluar dengan diketahui variabel masuk P_2

$$X_B = B^{-1}b = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\alpha^2 = B^{-1}P_2 = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Jadi, θ = min(2/(3/2), 4/(1/2), 5/(3/2), 2/1) = 4/3 (bersesuaian dengan x_3)

Sebagai hasilnya, P_3 adalah vektor keluar

Langkah 3 : Penentuan inversi basis berikutnya.

Karena P_2 menggantikan P_3 dan $\alpha^2 = (3/2, 1/2, 3/2, 1)^T$

maka

$$\xi = \begin{pmatrix} +\frac{1}{(\frac{3}{2})} \\ -\frac{(\frac{1}{2})}{(\frac{3}{2})} \\ -\frac{(\frac{3}{2})}{(\frac{3}{2})} \\ -\frac{1}{(\frac{3}{2})} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} \\ -1 \\ -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

Dan

$$B_{next}^{-1} = EB^{-1} =$$

$$\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{2}{3} & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Basis baru ini berkaitan dengan vektor dasar

$X_B = (x_2, x_1, x_5, x_6)$, $C_B = (2, 3, 0, 0)$

Iterasi ketiga

Penentuan variabel masuk P_3 dan P_4

$$P_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad P_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Y = C_B B^{-1} = (2, 3, 0, 0) \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 1 \end{pmatrix} = \left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}, 0, 0\right)$$

z_j-c_j $\quad = \text{Y } P_j - c_j$

$(z_3 - c_3, z_4 - c_4) \quad = \text{Y } (P_3, P_4) - (c_3, c_4)$

$$= \left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}, 0, 0\right) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - (0, 0)$$

$= (1/3, 4/3)$

Karena z_j-$c_j \geq 0$, maka basis terakhir ini optimal

Pemecahan Optimal

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ x_1 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = B^{-1} b = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{3} \\ \frac{10}{3} \\ 3 \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

$$z = C_B X_B = (2, 3, 0, 0)\begin{pmatrix} \frac{4}{3} \\ \frac{10}{3} \\ 3 \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix} = \frac{38}{3}$$

Jadi, Nilai optimalnya adalah $x_1 = 10/3$, $x_2 = 4/3$, dan $z = 38/3$

BAB 4

DUALITAS DAN ANALISIS SENSITIVITAS

A. Dualitas

Konsep Dualitas menjelaskan secara matematis bahwa sebuah kasus pemrograman linear berhubungan dengan sebuah kasus pemrograman linear yang lain. Bila kasus pemrograman linear yang pertama disebut Primal, maka kasus kedua disebut Dual. Penyelesaian kasus primal secara otomatis akan menyelesaikan kasus dual, .demikian juga sebaliknya. Hubungan antara Dual dan Primal bersifat simetris dan refleksif, dimana sebuah kasus PL bisa dipandang sebagai Primal atau Dual tergantung pada sudut pandang yang dikehendaki.

Bentuk hubungan antara primal dan dual adalah sebagai berikut:

1. Bila Fungsi Tujuan Primal dimaksimumkan, maka fungsi tujuan dual diminimumkan
2. Koefisien fungsi tujuan Primal menjadi NK kendala Dual

3. NK kendala Primal menjadi koefisien fungsi tujuan Dual
4. Tanda kendala pertidaksamaan " ≤ " pada primal menjadi tanda ketidak negatifan " ≥ " variabel Dual
5. Tanda ketidak negatifan " ≥ " variabel Primal menjadi tanda kendala "≥ " kendala-kendala Dual

Apabila model primal pada PL adalah kasus meminimumkan :

6. Tanda kendala pertidaksamaan "≥ " pada primal menjadi tanda ketidak negatifan " ≥ " variabel Dual
7. Tanda ketidak negatifan " ≥ " variabel Primal menjadi tanda kendala "≤ " kendala-kendala Dual

Dalam kasus tertentu, kita juga menjumpai tanda kendala persamaan.

8. Tanda kendala persamaan "= " pada primal menjadi tanpa tanda kendala pada variabel keputusan model Dual
9. Tanda variabel keputusan " = " model Primal menjadi tanpa tanda kendala pada kendala-kendala Dual

Contoh:

<u>Primal</u>

- Fungsi Tujuan : Maks $Z = 3X_1 + 5X_2$
- Fungsi Kendala :

$$\begin{array}{lll} (1) & 2X_1 & \leq 8 \\ (2) & \quad\quad 3X_2 & \leq 15 \\ (3) & 6X_1 + 5X_2 & \leq 30 \end{array}$$

$X_1 , X_2 \geq 0$

<u>Dual</u>

- Fungsi Tujuan : Min $W = 8Y_1 + 15Y_2 + 30Y_3$
- Fungsi Kendala : $2Y_1 + 6Y_3 \geq 3$
- $3Y_2 + 5Y_3 \geq 5$
- $Y_1, Y_2, Y_3 \geq 0$

<u>Primal</u>

- Fungsi Tujuan : Min $Z = 5X_1 + 2X_2$
- Fungsi Kendala :

$$\begin{array}{lll} (1) & X_1 - X_2 & \geq 3 \\ (2) & 2X_1 + 3X_2 & \geq 5 \end{array}$$

$X_1 , X_2 \geq 0$

Dual

- Fungsi Tujuan : Maks $W = 3Y_1 + 5Y_2$
- Fungsi Kendala : $Y_1 + 2Y_2 \leq 5$
- $- Y_1 + 3Y_2 \leq 2$
- $Y_1 \geq 0, Y_2 \geq 0$

Primal

- Fungsi Tujuan : Maks $Z = 5X_1 + 6X_2$
- Fungsi Kendala :

  (1) $X_1 + 2X_2 = 5$

  (2) $-X_1 + 5X_2 \geq 3$

  (3) $4X_1 + 7X_2 \leq 8$

  X_1 tidak dibatasi, $X_2 \geq 0$

Dual

- Fungsi Tujuan : Min $W = 5Y_1 + 3Y_2 + 8Y_3$
- Fungsi Kendala : $Y_1 - Y_2 + 4Y_3 = 5$
- $2Y_1 + 5Y_2 + 7Y_3 \geq 6$
- Y_1 tidak dibatasi, $Y_2 \leq 0$, $Y_3 \geq 0$

Primal

- Fungsi Tujuan : Min $Z = 5X_1 + 6X_2$
- Fungsi Kendala :

  (1) $X_1 + 2X_2 = 5$

  (2) $-X_1 + 5X_2 \geq 3$

  (3) $4X_1 + 7X_2 \leq 8$

  X_1 tidak dibatasi, $X_2 \geq 0$

Dual

- Fungsi Tujuan : Maks $W = 5Y1 + 3Y2 + 8Y3$
- Fungsi Kendala : $Y1 - Y2 + 4Y3 = 5$
- $2Y1 + 5Y2 + 7Y3 \leq 6$
- $Y1$ tidak dibatasi, $Y2 \geq 0$, $Y3 \leq 0$

B. Analisis Sensitivitas

Setelah ditemukan penyelesaian yang optimal dari suatu masalah LP, kadang perlu untuk menelaah lebih jauh kemungkinan-kemungkinan yang terjadi seandainya terjadi perubahan pada koefisien-koefisien di dalam model.Untuk menghindari penghitungan ulang, maka digunakan analisa sensitivitas yang pada dasarnya memanfaatkan kaidah-kaidah primal-dual metode simpleks semaksimal mungkin. Karena analisa dilakukan setelah tercapainya penyelesaian optimal, maka analisa ini disebut pula Post optimality Analysis. Jadi tujuan analisa sensitivitas adalah mengurangi perhitungan-perhitungan dan menghindari penghitungan ulang bila terjadi perubahan-perubahan satu atau beberapa koefisien model LP pada saat penyelesaian optimal telah tercapai. Pada bagian ini, kita akan mempelajari beberapa hal berikut ini:

- Perubahan yang mempengaruhi optimalitas
  Solusi : Metode Simpleks primal
- Perubahan yang mempengaruhi kelayakan
  Solusi : Metode Simpleks Dual
- Perubahan yang mempengaruhi optimalitas dan kelayakan
  Solusi :
  - Optimalitas : Simpleks primal
  - Kelayakan : Metode Simpleks Dual

Contoh tabel optimal

Basis	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK
Z	1	0	0	0	5/6	½	27 ½
X_3	0	0	0	1	5/9	-1/3	6 1/3
X_2	0	0	1	0	1/3	0	5
X_1	0	1	0	0	-5/18	1/6	5/6

Kaidah I :

Pada setiap iterasi dalam simpleks (baik primal maupun dual), matriks yang berisi variabel-variabel starting solution (tidak termasuk baris tujuan) dapat dipakai untuk menghitung koefisien-koefisien baris tujuan yang berhubungan dengan matriks tersebut.

Langkah 1 : Pilih koefisien-koefisien dari fungsi tujuan yang berhubungan dengan variabel dasar iterasi yang bersangkutan, lalu disusun dalam suatu vektor-baris. Pada tabel diatas variabel dasar adalah X_2 dan X_1 dimana fungsi tujuan adalah $3X_1 + 5X_2$. Sehingga koefisien fungsi tujuan tersebut dinyatakan dengan (5, 3)

Langkah 2 : Kalikan vektor baris tersebut dengan matriks pada tabel simpleks yang beranggotakan variabel-variabel starting solution.

$$(0, 5, 3)\begin{pmatrix} 1 & 5/9 & -1/3 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & -5/18 & 1/6 \end{pmatrix} = (0, \frac{5}{6}, \frac{1}{2})$$

Tampak bahwa 5/6 daan ½ merupakan koefisien-koefisien baris 1 (fungsi tujuan) yang berhubungan dengan matriks tersebut.

Kaidah II:

Pada setiap iterasi dalam simpleks (baik primal maupun dual), nilai kanan (kecuali untuk bari tujuan) dapat dihitung dengaan mengalikan matriks yang dimaksud pada kaidah I, dengan vektor kolom yang berisi nilai kanan dari fungsi-fungsi batasan mula-mula.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5/9 & -1/3 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & -5/18 & 1/6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 8 \\ 15 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19/3 \\ 5 \\ 5/6 \end{pmatrix}$$

Kaidah III;

Pada setiap iterasi dalam simpleks baik primal maupun dual, koefisien-koefisien batasan yang terletak di bawah setiap variabel merupakan hasil kali matriks pada kaidah I dengan vektor kolom untuk setiap variabel pada tabel awal.

$$x_1 = \begin{pmatrix} 1 & 5/9 & -1/3 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & -5/18 & 1/6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$x_2 = \begin{pmatrix} 1 & 5/9 & -1/3 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & -5/18 & 1/6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Berikut beberapa kemungkinan perubahan pada saat tahap optimal telah dicapai

1. Perubahan Nilai Kanan Fungsi Batasan

   Perubahan nilai kanan suatu fungsi batasan menunjukkan adanya pengetatan ataupun pelonggaran batasan tersebut.

   Misal: Kapasitas mesin 2 dinaikkan dari 15 jam menjadi 16 jam sehingga nilai kanan fungsi-fungsi batasan berubah dari:

$$\begin{pmatrix} 8 \\ 15 \\ 30 \end{pmatrix} \text{ menjadi } \begin{pmatrix} 8 \\ 16 \\ 30 \end{pmatrix}$$

   Apabila terjadi demikian apa pengaruh terhadap optimal solution dan terhadap laba total ?

   sesuai dengan kaidah II maka :

$$\begin{pmatrix} 1 & 5/9 & -1/3 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & -5/18 & 1/6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ 16 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6\frac{8}{9} \\ 5\frac{1}{3} \\ \frac{5}{9} \end{pmatrix}$$

Ternyata, X_1 berubah dari 5/6 menjadi 5/9 dan X_2 berubah dari 5 menjadi 5 1/3. Artinya karena mesin 2 yang khusus dipakai untuk barang X_2 diperbesar kapasitasnya, sedangkan mesin 3 yang dipakai bersama oleh barang X_1 dan X_2 tetap maka jelas jumlah barang X_1 berkurang. Meskipun demikian laba total yang diperoleh bertambah sebagai berikut :

$$3(5/9)+5(16/3) = 28\ 1/3$$

2. Perubahan pada koefisien-koefisien pada fungsi tujuan perubahan pada koefisien fungsi tujuan menunjukan adanya perubahan kontribusi masing-masing produk terhadap tujuan (maximisasi laba atau minimisasi biaya). Perubahan koefisien-koefisien tersebut mempengaruhi koefisien-koefisien baris tujuan dan tentu saja mempengaruhi optimality permasalahan tersebut.

   Contoh :

   Fungsi baris tujuan : Z= $3X_1 + 5X_2$

   Jika kontribusi laba per unit barang X_1 berubah menjadi 4 dan X_2 menjadi 6 pengaruhnya pada koefisien-koefisien baris tujuan sebagai berikut:

$$(0,6,4)\begin{pmatrix} 1 & 5/9 & -1/3 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & -5/18 & 1/6 \end{pmatrix} = (0,\frac{8}{9},\frac{2}{3})$$

   perubahan kontribusi laba per unit tersebut mengakibatkan laba total yang diperoleh berubah menjadi:

   4(5/6)+6(5)=33 1/3

3. Perubahan pada koefisien-koefisien Teknis

   - Fungsi-fungsi Batasan

     Perubahan-perubahan yang dilakukan pada koefisien-koefisien teknis fungsi-fungsi tujuan akan mempengaruhi sisi-kiri daripada fungsi-fungsi batasan pada dual problem), sehigga akan mempengaruhi penyelesian optimal masalah yang bersangkutan.

Contoh :

Fungsi tujuan : Maksimumkan Z = 30X1 + 40X2 + 60X3.

Fungsi batasan :

1. 4X1 + 5X2 + 6X3 ≤ 60.000
2. 4X1 + 6X2 + 8X3 ≤ 75.000
3. 2X1 + 5X2 + 5X3 ≤ 45.000
4. X1, X2, X3 ≥ 0

masalah dualnya adalah :

Fungsi tujuan : Minimumkan Z = 60.000Y1 + 75.000Y2 + 45.000Y3.

Fungsi batasan :

1. 4Y1 + 4Y2 + 2Y3 ≥ 30
2. 5Y1 + 6Y2 + 5Y3 ≥ 40
3. 6Y1 + 8Y2 + 5Y3 ≥ 60
4. Y1, Y2, Y3 ≥ 0

dengan tabel simpleks ketiga (optimal)

Variabel dasar	Z	X1	X2	X3	X4	X5	X6	NK
Z	1	0	5	0	0	30/4	0	562.500
X4	0	0	2	0	1	-3/2	6/5	1.500
X1	0	1	-5/2	0	0	5/4	-2	3.750
X3	0	0	2	0	0	-1/2	1	7.500

Jika setelah tercapainya tahap optimal terjadi perubahan pada koefisien teknis X2 dari :

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ menjadi } \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} \text{ maka}$$

fungsi batasan (dual) kedua berubah menjadi :

$3Y1 + 4Y2 + 6Y3 \geq 40$

akibatnya nilai X2 pada baris Z (pada tabel optimal) akan berubah menjadi :

$3(0) + 4(30/4) + 6(0) - 40 = -10$

Ternyata dengan adanya perubahan koefisien teknis X2, tabel tersebut tidak optimal lagi karena ada nilai negatif pada baris tujuannya yaitu -10. Akibatnya perlu dilanjutkan sampai tahap optimal tercapai.

4. Penambahan Batasan Baru

   Penambahan batasan baru akan mempengaruhi penyelesaian optimal apabila batasan tersebut aktifyaitu belum dicakup oleh batasan-batasan yang sudah ada. Apabila batasan tersebut tidak aktif maka tidak akan mempengaruhi penyelesaian optimal. Sehingga kita perlu memeriksa apakah batasan baru tersebut dipenuhi oleh jawaban optimal. Bila jawaban optimal memenuhi batasan baru, maka tidak perlu diperhatikan. Bila tidak memenuhi maka batasan baru harus dimasukkan ke dalam masalah.

Pada contoh terakhir penyelesaian optimal adalah X1 = 3.750, X2 = 0, dan X3 = 7.500. Apabila ditambah batasan baru :

$$5X1 + 3X2 + 7X3 \leq 75.000$$

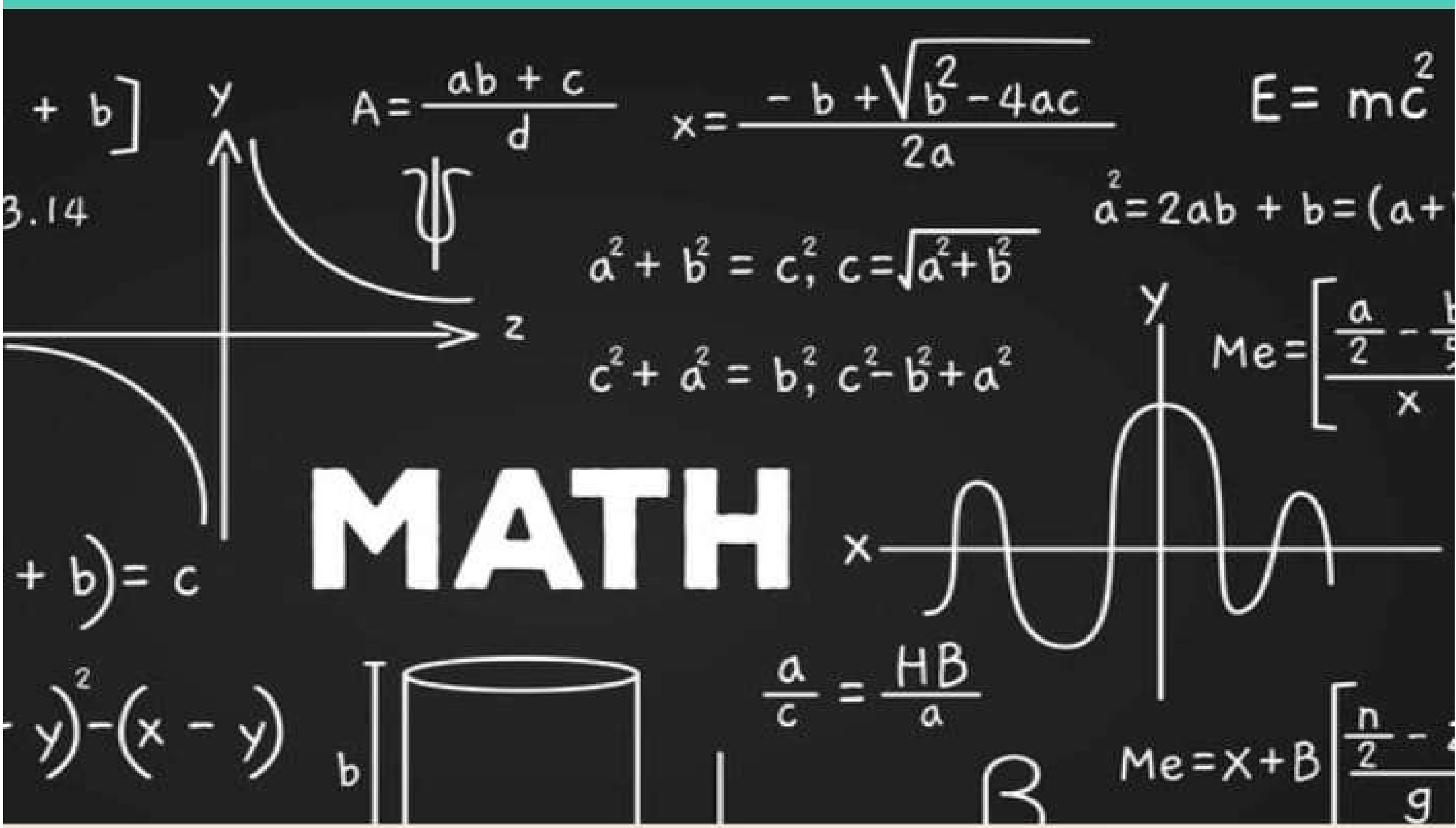
maka 5(3.750) + 3(0) + 7(7.500) = 71.250. dimana 71.250 lebih kecil daripada 75.000
sehingga jawaban optimal tidak berubah.

DAFTAR PUSTAKA

Hillier. S. Frederick, Lieberman G.J., 1998, *Pengantar Riset Operasi Jilid 1*. edisi kelima, t.p., Erlangga Jakarta.

Ragsdale . Cliff T., 1987. *A Practical Introduction to Management Science Second Editions*. n.p

Taha. Hamdy A., 2005, *Riset Operasi Suatu Pengantar* Jilid 1 Edisi Keenam, t.p



BADAN PENERBIT

UNIVERSITAS PANCASAKTI TEGAL

ISBN 978-623-7619-38-3 (EPUB)

9 786237 619383